《人·科学·自然》丛书
主编 钟和

四维世界

从超空间到相对论

〔日〕都筑卓司 著
周莲 石军 译

北京大学出版社



四维世界

从超空间到相对论

〔日〕都筑卓司　著
周莲　石军　译

《人·科学·自然》丛书
主编　钟和

北京大学出版社

新登字(京)159号

内 容 简 介

是否真的存在着四维空间?它的结构是怎样的?它有着什么样的性能?本书从数学和几何学的角度,从物理学的立场,深入浅出地阐述了作者对这些问题的看法,并结合大量“超自然现象”的实例说明之。

本书行文生动,插图丰富,读来图文并茂,饶有兴味。

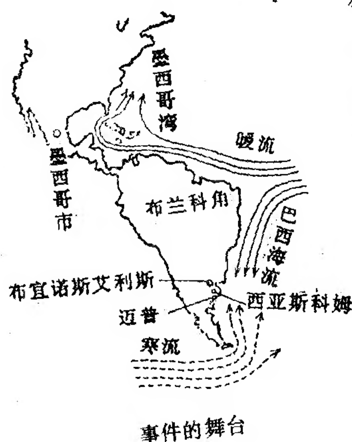
四维世界
——从超空间到相对论
〔日〕都筑卓司 著
周 莲 石 军 译
责任编辑:柯 旻
*
北京大学出版社出版发行
(北京大学校内)
北京大学印刷厂印刷
各地新华书店经售
*
787×1092毫米 36开本 5.75印张 110千字
1993年12月第一版 1993年12月第一次印刷
ISBN 7-301-02345-6/G・234
定价:3.85元

序

1968年6月1日午夜，两辆高级轿车疾驶在阿根廷首都布宜诺斯艾利斯的郊外。6月的南美已接近冬季，阿根廷沿海地区因受大西洋气候的影响，气温仍比较平稳，温差很小。即使在最冷的季节7月，温度仍保持在10℃左右，盛夏的1月温度也很少超过25℃以上。

这股从非洲西海岸顺赤道西下的海底暖流汇集到南美东海岸最突出的三角形地带巴西的布兰科角，主流继续沿南美海岸线北上，途经古巴、佛罗里达，注入墨西哥湾。支流向三角形地带的另一端急转南下，注入巴西海流，又从里约热内卢流向乌拉圭首都蒙得维的亚近海。与此同时从太平洋南部过来的寒流，擦过南美最南端合恩角，沿阿根廷海岸北上。两股寒暖流穿越阿根廷和乌拉圭境内在拉普拉塔河口汇合，交汇处波涛汹涌，受寒暖流的影响，这里有时出现大雾弥漫的天气。

今晚正赶上这种天气，周围笼罩着雾气。后面的车里坐着布宜诺斯艾利斯律师格拉尔德·比达尔博士和他的妻子拉福夫人，前面的车里坐着他的好友夫妇。他们正驱车前往位于布宜诺斯艾利斯南边拉普拉塔市150公里的迈普市，去拜访他们的老朋友。



事件的舞台

阿根廷西郊被气势磅礴的安第斯山脉一截两段，东部是一望无际的大平原，被称为南美最富裕的粮仓。汽车疾驶在田间大路上，时而穿过一片荒野，车后扬起一片尘土，不知是前面的车子速度太快，还是后面的车子出了什么故障，后面的车落得越来越远。

当前面的车进入迈普市境内后，好友夫妇回头看了一下，后面雾气腾腾，什么也看不清。他们停下车等博士夫妇。30 分钟过去了，1 个小时过去了，仍不见博士夫妇的踪影。他们预感不妙马上折回头寻找。道路平坦笔直，没有岔道，对面没有开过来的车，也没看见路边有停车和发生事故的迹象。好象博士夫妇的车在高速公路上行驶时突然被空气蒸发了似的。

第二天，亲戚、朋友全部出动，沿途仔细寻找。道路两边是一望无际的大平原，既没有人的影子，也没有车的影子，甚至连鬼的影子都没发现。

两天过去了，他们感到情况有些不妙，正要报警察局，这时从墨西哥来了一个长途电话："我是阿根

廷驻墨西哥总领事馆，有一对自称是律师比达尔夫妇的男女正受到我们的保护，你们知道这个情况吗？”

为了辨出真伪，他们请求本人接电话，电话里果然传出了博士本人的声音。原来，6 月 3 日博士夫妇已到了墨西哥城。

终于，博士夫妇被送回阿根廷。听他们的叙述，真是令人难以置信的天方夜谭。

那天，他们的车刚刚离开拉普拉塔市不久，大约是午夜 12 点 10 分左右，突然车的前方出现一团烟雾状的东西，缓缓向车身袭来。在他们急刹住车的同时便失去了知觉。

不知过了多久，他们恢复了知觉，外面已是白昼，车子仍在高速公路上奔跑，但窗外的景色却与阿根廷平原截然不同，行人的服装也特别眼生，他们急忙停下车一问，原来他们已经来到了墨西哥。

“见鬼了！”

他们继续驱车往前走，很快便进入了陌生的墨西哥城。接着便恍恍惚惚地闯进阿根廷领事馆要求帮助。他们的手表停在 12 点 10 分的地方，即出事的那一刻。后来他们才知道自己是 6 月 3 日到达领事馆的。

真令人难以置信。不论在社会上还是在人们心目中博士都是很受人尊敬的，听说夫人因为这件事的打击，神经受了刺激，已经住进了医院。

从阿根廷的拉普拉塔市到墨西哥城的直线距离

是 6000 公里以上，坐船、火车或汽车至少也要两天的时间。人可以乘飞机很快到达，但连人带车同时出现在墨西哥，真是咄咄怪事。

阿根廷驻墨西哥领事拉菲尔·贝尔格利先生说：

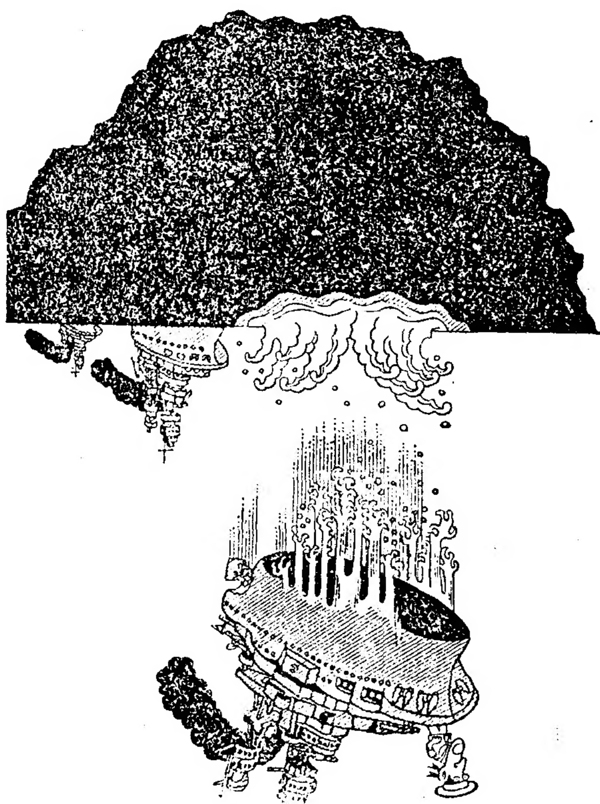
“这是真事儿。”

当地的报纸以《意念移动物体从拉普拉塔市飞到墨西哥》的醒目标题报道了这一事件。意念移动物体这一名词在普通的字典里很难查到，它与单纯的运送一词不同，是一个专用名词。运送有人工搬运的意思，意念移动物体是在不同的场所用超自然的东西操纵物体，从而产生人类意想不到的事件。相信此事的人们都私下议论纷纷：

“也许比达尔博士夫妇突然被卷进从阿根廷到墨西哥的空间通道，穿过四维空间，再返回现实的空间。”

以上是儿童杂志刊登的消息，尽管我不知道此消息的可靠性究竟有多大，但这种现象已有专门的说法。另外，我不相信两人乘坐的汽车在两天内被抛出 6000 公里以外。文章毕竟是文章，从趣味角度看它是可以超越事实的。

我最感兴趣的是文章最后一段中提到的“四维世界”一词。人类居住的空间是三维，那么四维世界是什么呢？我找不出答案，也没有人能给予解答。因此，所谓的四维仍是一个谜，它作为超常的自然界的一个奥秘，深深地牵动着每个人的心。偶尔人们也能



出现了四维世界怪物?

恰如其分地解释发生某种奇怪的现象。如果硬说这种怪现象就是四维空间，人们也可以接受，而不去问一下“为什么?”，只是盲目地屈服于超越现实的巨大的机械装置脚下罢了。

四维空间为科学幻想小说提供了丰富的素材。

假如真的存在四维空间，那么眼前的三维空间将会被束之高阁。电视和电影也不必再采用落入海底深层或钻深山老洞手法的老套子，而是让一个活生生的人在你眼前突然消失，进入四维空间。

笔者在孩提时代曾一度被 SF（科幻）小说（当时还没有 SF 这种说法）占据心里。我记得有这样一个故事：x 国的舰队组成纵队，浩浩荡荡开进太平洋，36①口径的主炮进入战斗状态，一齐瞄准即将出现在地平线上的敌船。突然，最前面的一艘战舰离开海面开始上升，四维怪物出现了，它不费吹灰之力，轻而易举地把战舰举了起来。

从插图上我惊奇地看到一号舰在空中漂浮，海水从甲板上哗哗流下。这一场面至今仍印在我的脑海里。

难道真的存在四维空间吗？四维空间是什么样的？它的构造是什么？具有怎样的能力？

虚构归虚构，我们先暂且不谈，本书的目的在于探索四维空间的真伪。我认为研究这一问题应从数学和几何学着手，当然空谈数学理论会给人形式论的印象。读者期待的只是世间是否存在四维空间。了解自然界是自然科学研究的范畴。从这一意义上讲，我们又有必要从物理学的立场考虑这个问题。即应从数学形式和物理试验两个方面研究“四维空间”的问题。

---

① 原作未标单位。——译者注

目　录

序 …………………………………………………………… (1)

第一章　什么是“维” ……………………………………… (1)

一维世界 …………………………………… (1)

二维世界 …………………………………… (2)

三维世界 …………………………………… (5)

实兑圆筒作战 ……………………………… (5)

我们看到了影子 …………………………… (8)

不打破蛋壳取蛋黄 ………………………… (11)

虚幻的第四个方向 ………………………… (14)

奇妙的多维空间 …………………………… (17)

第二章　四维空间的性质 ………………………… (21)

现代就是四维空间的突破口 ……………… (21)

超空间交叉 ………………………………… (23)

平行空间与垂直空间 ……………………… (25)

四维圆球 …………………………………… (26)

四维球的运行 ……………………………… (27)

正二十面体的极限 ………………………… (32)

四维骰子 …………………………………… (33)

难以描绘的图案 …………………………… (35)

详细描绘超立方体 ………………………… (37)

向三维空间挤压 …………………………… (40)

四维骰子的展开图 ………………………… (42)

四维正多面体 ……………………………… (44)

第三章　弯曲的空间 …………………………… (47)
不能返回原地的飞机 …………………… (47)
牵牛花蔓是几维 ……………………… (48)
情况不同的球面 ……………………… (52)
弯曲的空间 ………………………… (54)
平面几何学毫无用处 ………………… (56)
曲率 …………………………………… (59)
高斯的发现 ………………………… (60)
马鞍几何学 ………………………… (63)
伪球面 ……………………………… (65)
第五个公设之谜 ……………………… (67)
非欧几里得几何学 …………………… (68)
多维球的体积 ……………………… (71)
第四章　偶然事件 ……………………………… (73)
探讨四维世界 ……………………… (73)
几何学与物理学的区别 ……………… (74)
实验是检验真理的标准 ……………… (75)
偶然发生的事件 ……………………… (77)
非偶然事件 ………………………… (79)
整数之谜 …………………………… (81)
时间为什么是一维的 ………………… (83)
空间与时间的差异 …………………… (84)
时间与空间 ………………………… (86)
不变量 ……………………………… (88)
第五章　什么是光 ……………………………… (91)
眼见为实 …………………………… (91)
光有速度吗 ………………………… (92)
不观测天空得出的光速度 …………… (94)

宇宙间最快的速度 …………………………… (96)
时间的厚度 …………………………………… (100)
光波 …………………………………………… (101)
什么是波 ……………………………………… (103)
以太 …………………………………………… (105)
什么是绝对静止的宇宙海洋 ………… (106)
米切尔森的实验 ………………………… (108)
绝对论者的挣扎 ………………………… (110)
自然科学的立场 ………………………… (111)
量子论的波 ……………………………… (113)
最初的光速度 …………………………… (114)
第六章　实际存在的四维空间 ………………… (118)
什么是长度 ……………………………… (118)
时滞的说明 ……………………………… (120)
长度缩短的准确说明 ………………… (123)
什么叫坐标变换 ………………………… (125)
终于发现了四维 ………………………… (128)
实实在在的第四维 …………………… (130)
光圆锥 …………………………………… (132)
坐标快速运动 …………………………… (135)
在名古屋和静冈吃饭 ………………… (137)
“同时”并非同时 ………………………… (138)
因果律 …………………………………… (140)
超多时间理论 …………………………… (143)
第七章　非欧几里得空间 ………………………… (146)
什么是质量 ……………………………… (146)
重力场的猜想 …………………………… (148)
重力场的实证 …………………………… (150)

光为什么是弯曲的 ……………………… (151)
重力为什么能推迟时间 ………………… (153)
表的反论 ……………………………… (156)
哪里打破了对称性 …………………… (160)
测出重力波了吗 ……………………… (165)
没有定论的宇宙构造 ………………… (167)
宇宙的运动 …………………………… (168)
尾　声……………………………………… (170)

第一章　什么是“维”

一维世界

假设有一条狭窄的小路，路两边是沼泽。不管是人、马还是汽车和石头，谁陷入沼泽都会被无底的深渊所吞没。如果你怜惜生命，就不要向路外迈出一步。

A 男人从北向南走在这条路上，不久他发现一块大石头横在路的前方。石头太大他无法从石头上越过去，左右迂回又会陷入沼泽，于是，他只好往回走。这时他发现 B 男人沿着同一条路由北向南走来，路面太窄错不开两人。于是，A 只能停留在 B 的南端，看上去，两人就同一算盘上的一串珠子，同命相连……。

什么是维呢？实际上很难用简单的语言给它下定义。从上面的例子看，假设它是“一维空间”的话，聪明的读者也许并不难理解。在广阔无垠的空间，如果只有一条直线的话，那么它就是一维空间。象直线一样既没有宽度也没有厚度，只有一个方向的空间叫一维空间。

人们要想把空间隔开，需要用象屏风或墙壁一样的平面，要想把一维的直线一分为二，只需简单的一点。前面讲的例子是一块大石头，在被直线限定的

空间里，它只是一个无法攀登和逾越的点。

人们平时说的一维空间，通常指空间中的一条直线。然而，“一维世界”是指一条直线的无限延长，并不是指其中的一部分。

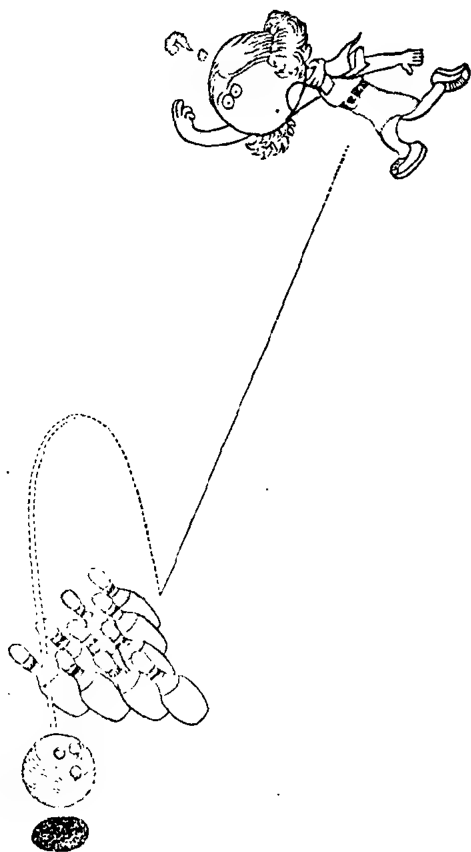
用铅笔画一条直线，线条的粗细为零。我们只能认为它是一维空间而不是一维世界。前面讲的算盘珠子的运行线路，可以说是典型的一维空间例子，但不能把它看作是一维世界，一维世界只是我们想象中的一个世界。

如果这时已经出现了一维世界，那么对这个世界的生物来说它所拥有的空间也只能是一条路。如果是我们人类，可以填平沼泽或乘直升机穿越横在路上的岩石。对只知道往前走，不知道左右迂回的生物来说，只能望石兴叹了。因为在它们的世界里根本没有左右这一概念。它们所说的大小仅仅是指长度。在一维世界里，选美只评选女性的身长，没有胸围和腰围的比较，也没有体态丰满和魅力的区别。

二维世界

我们仍以前面的情况为例，然而这次路两边不是无底的沼泽，而是像运动场一样的坚硬土地。这回的情况将怎样呢？A男人可以从左边或右边绕过去，不费吹灰之力地继续向前走。当然，如果是通行自由的运动场，就不必死板地走一条路，可以选择最近的距离抵达目的地。

因此，能够在平面中运行的，我们称它为二维运



二维世界的奇迹

行。二维空间有竖的延长和横的扩展，在二维空间中运行比在一维空间中运行要自由的多。

那么，假设在他所在的运动场周围设上路障，又会怎样呢？不管路障是圆形的还是方形的，他都无法穿越，他的行动只能限定在路障内。

如果这时已经出现了二维世界，住在那里的生物只能将这个“空间”解释为“平面的扩展”。在它们的头脑里没有厚度的概念，不仅如此，实际上在它们的世界里，也不存在厚度。

如果限定生物的活动范围，可以在它的周围用曲线围上。在二维世界里，生物不是从曲线上跳过去，而是将线拉断，使两头不再接触。我们将这一世界称为二维世界。

二维世界同一维世界一样，都是人们想象出来的。尽管如此，二维同一维相比，空间的概念有很大的变化。研究空间形态需要借助几何学的力量，从一维到二维，几何学上的作用有很大的飞跃。

这里，让我们用简单的几何学语言加以说明。在一维空间里，所说的形态、线段（直线、射线）量，都是指它的长度。到了二维空间，不仅有长度，还有被称为面积的空间量。就形态而言，有三角形、四边形、多边形、圆形或椭圆形。平面的扩展又涉及到抛物线、双曲线以及角度、曲率等各种几何学的概念。

我们假设这里有一个一维生物，在它运行的直线中，有一个石头的障碍物，它没有把石头这边的物体拿到石头对面的能力，这时来了一个二维生物。二维生物抓起那个物体，从石头旁边绕过去，放到直线的那一边，这一切对它来说轻而易举。然而，一维生物看到这一切会怎样呢？它仍然认为只有直线才是它的世界。因此，对它来说只是物体在一瞬间突然从它的视线里消失，过一会，又突然出现而已。二维人

认为理所应当的问题，一维人却觉得不可思议。

三 维 世 界

我们赖以生存的世界，既不是一维也不是二维，而是三维的。对我们来说，即使在周围设上路障，我们也知道翻越路障继续行走这一方法。如果眼前有一堵高墙，可以撑杆跳过去，也可以爬过去，或者乘直升机和气球飞越过去。

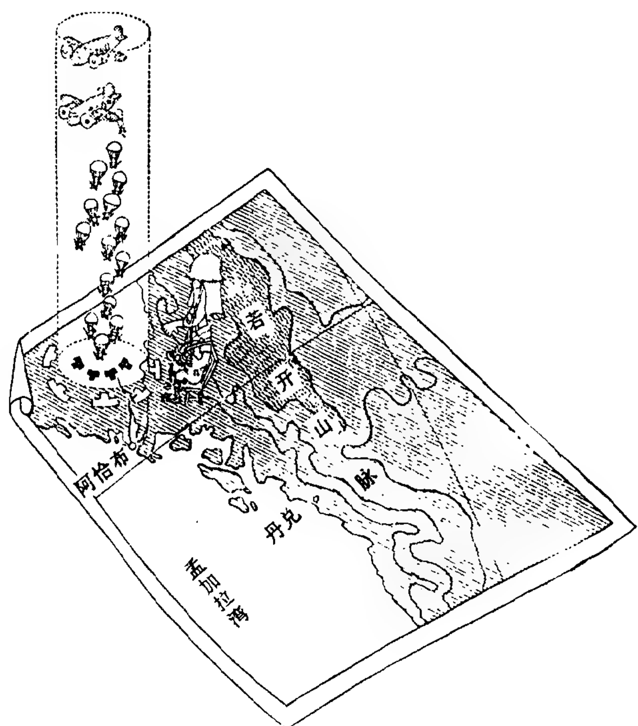
然而，这一切对二维生物来说就简单得多了。他们看到的是封闭曲线内的物体突然消失，不久，又出现在曲线外侧，而且，曲线的任何部位都没有断开的迹象。

我们居住的世界是三维世界。生存在这个世界上的人类可以向横、竖、高三个方向扩展和收缩。空间量除了长度和宽度外，还有体积。用 L 表示线段的长度，一维空间量也就是其长度 L' $(L=L')$，二维的正方形面积为 L^2，三维的立方体体积为 L^3。L 上的阿拉伯数字可以看作是维的数量。在三维空间里还出现了二维空间几何学上没出现的立方体、长方体以及其它多面体、球体、椭圆体、圆柱体和圆锥体等。

实兑① 圆筒作战

顺便插一句，坐在飞机上从窗口往下眺望，你会

① 实兑——缅甸地名。



实兑圆筒作战图

清楚地看到人们的生活与大地有着何等密切的关系。人们建造了几十层的高楼和几百米的高塔。这些高层建筑从空中看，也只是微乎其微，好象是用手一把捏出来的。房屋、工厂、道路、田地温顺地依偎着起伏的大地，紧紧地贴在地面上。虽然万物不断向广度扩展，但人们好象忘记了向地下和天空扩展的努力。

地球表面是有很大重力作用的空间，而且如果

地面坚硬，人类只能沿着坚硬的地面扩大生活圈。我们不能过于要求地上地下按同一速度发展。总之，从空中往下眺望，可以说人类生活在三维空间里。

过去，日本陆军最擅长的战术是包围战或围剿战。在敌人的正面，布置最少限度的兵力，并给人以大军压境的感觉，声东击西，虚张声势，迷惑敌人。把大部分兵力秘密地安插在敌人的侧面和后面，一齐出击，集中火力，彻底歼灭敌人。

明治37年8月末到9月初，俄军动用了22万5千人的兵力，死守辽阳，当时日军只有13万4千人，兵力相差悬殊。起初日军采用正面进攻的战术，结果很快被俄军击败，连已经到手的首山据点也被俄军占领。于是，日军改变正面进攻战术，让右翼一军从辽阳东侧偷偷地渡过太子河，迂回前进，最后插入敌人的左翼阵地，取得了胜利。这是一个典型的包围战的例子。

这种战术也被用于太平洋战争中。在缅甸海岸，靠近印度国境有一个叫实兑的地方。昭和18年(1943年)初，英印军开始向守在这里的日军发起进攻。可是，日军的一部分兵力从右翼插到敌人的侧面，另一部分兵力越过若开山脉插到敌人的背后，用理想的包围战术，取得了胜利。这是第一次实兑作战。

昭和19年(1944年)2月又进行了一次同样的战斗。这次日军又包围了3万英印军。用几何学的话来讲，叫二维包围。然而这次战争，虽然英印军被

包围，但士气不减，而且逐日增强，最后反而击退了日军。由于不断出现战死者和伤病员，弹尽粮绝，最后日本军队全线崩溃。这是第二次实兑作战，也被称为若开悲剧。

为什么被包围的英印军会如此坚强呢？主要是因为他们有超过日军几倍或十几倍的给养。这些给养都是空运的。从这个意义上讲，英印军的阵地不是圆形，而是“圆筒”形。在这次战斗结束后，英军将领说：

“日军的确很厉害。但对我方制订的新的圆筒作战战术，日军仍采用原来的作战方法是我军的一大庆幸。”

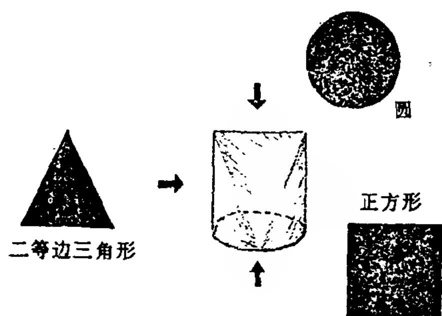
这是对墨守二维视野，不考虑三维的日军最猛烈的批评。

我们看到了影子

前面讲了一维、二维、三维，下面让我们再看一看四维。总之，四维是非现实的东西。单从字面上很难理解。在研究四维之前，需要我们了解各种预备知识。

一件东西从不同的角度看，有圆形、方形和三角形。这是一个什么东西呢？靠开玩笑和耍小聪明是回答不了这个问题的。它是实实在在存在的物体。答案是下图所示的立方体。

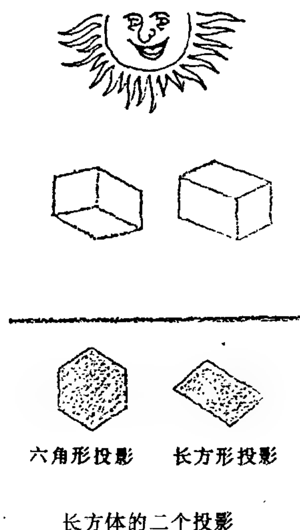
从正面看是 10 公分×10 公分的正方形，从侧面看是 10 公分×10 公分的等边三角形，从上面看



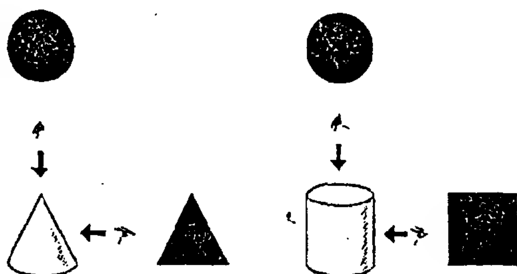
能看到圆形、方形、三角形的物体

是直径10公分的圆。

当阳光和灯光照在物体上时，由于物体对光线的阻挡，地面上立即会显示出物体的影子。值得注意的是这个三维立方体，映射到地面上后，便出现了二维图像。“物体变成影子后，将减少一个维”。这一原理，对下面我要讲的问题将会起到重要的作用。我们假设光是从无限远的地方过来的平行线。当影子显示的平面与光的方向呈垂直



长方体的二个投影



圆锥、圆筒投影

状态时，其照射难度会有所增加。下面我们将上述情况称为投影。

光线斜射在长方体上，其投影为六角形。光线平行照在长方体的一个面上，其投影为长方形。依此类推，我们从不同的方向将光线照射在三维物体上，会出现下列情况。

物体	立方体	长方体	球体	椭圆体	圆筒体		圆锥体	
投影	正方形	长方形	圆形	椭圆形	圆形	长方形	圆形	等边三角形

总而言之，根据方向的变动，投影会出现不同的形状（圆形、正方形、等边三角形）。

表上方是物体的实际形态，下方是其投影形态。可以说它反映的不是物体的真实形态，而是一种幻影。如果用肉眼看物体，会出现什么情况呢？由于人们两眼之间多少都有一点距离，它可以判断出一定距离内的远近程度，但并不能看清物体的内部结构。人们所说看到三维物体反射到眼里的投影，也是接近事实的。我们知道棒球和苹果都是球状的，如果从侧面将光线照射在它们身上，从反射到地面的影子来判断，你绝不会认为球和苹果是一块圆板。然而，从单纯的几何学的角度看，反射到眼里的不是球，而只是圆。圆锥形的喇叭筒在幼儿单纯的眼里只是一个三角形。说得过分点：

"人们通常看不到物体的真实形态，只看到物体的投影。"

尽管如此，并不能说主张感觉至上主义的人眼里看到的圆是真实的，认为它是球的想法只是头脑思考的产物。不论从什么角度看都是圆的东西，只能是球，摸一摸就会知道。喇叭不是三角形而是圆锥形的。这是自然科学给予的正确解释。球看上去是圆的，正是由光和眼睛的相对位置给予的。总之，我认为反映到眼睛里的影子只是物体的一个侧面，它的真实形态是一个三维的立体。

不打破蛋壳取蛋黄

关于维的思考可以用大能兼小这句俗语表示。生存在三维世界的人们，用三维的头脑很容易理解

一、二、三维的问题，但去认识四维就不那么容易了。



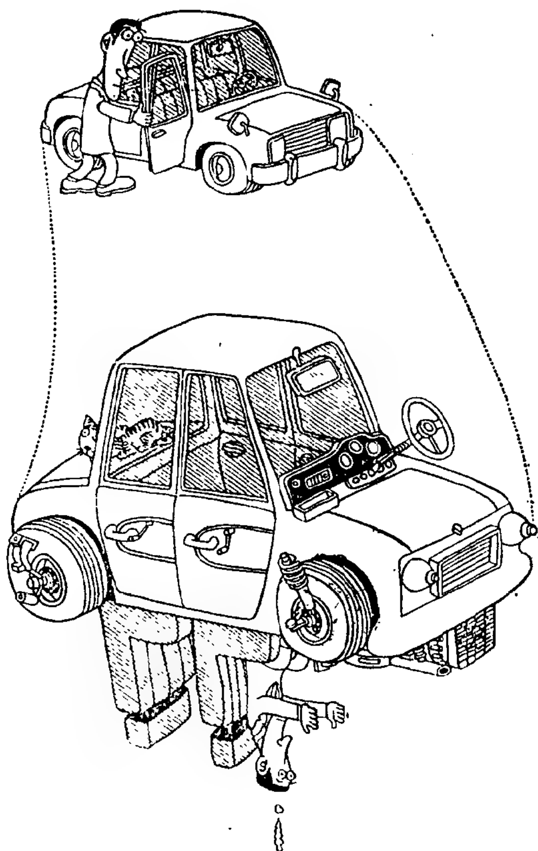
各种维的空间物理量

下面让我们看一下比一维小的零维是什么。我们假设线段的长度为 L，那么零维世界所拥有的空间物理量为 L^0（L 的乘积为零）。然而，任何数乘零都是零，因此在零维世界里，不存在作为大小的物理量，只存在没有大小的位置。就是说零维只是一个点。从这个意义上讲，包括零维在内，三维以下的空间对我们来说是可以想象的。

前面提到了四维空间的问题。为了研究这个问题，我想还是采用前面认识一维、二维及三维的方法。

这里，我们仍以前面的路障为例。二维生物可以绕过一维生物无论如何也穿越不了的障碍物。三维人类又可以毫不费力地翻越二维生物无法跨越的路障。

我们制作一个大排球时，将一个小棒球封在排球里，用线把排球的表面缝好，拍几下，可以听到棒球在排球里发出砰砰的声音。这就是我们在棒球这种物体的周围，围上了所谓排球皮这种封闭式的曲面。



通过四维空间翻转过来的汽车

如果四维生物来到这里会怎样呢？他会毫不犹豫地将里面的棒球拿出来，并丝毫不会损伤排球的表面。

这对我们来说是绝对办不到的，因为我们是三

维生物。

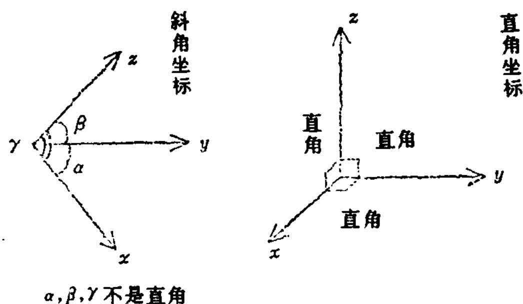
那么四维生物是怎样把棒球拿出来呢？结论是通过四维空间。二维空间（平面）的宽度比一维空间有所扩展，三维空间（立体）又比二维空间有所扩展。依此类推，四维空间也将比三维空间有无限大的扩展。他们就是利用这一空间把棒球拿出来的。同样，四维生物也可以不打破蛋壳将蛋黄取出来。

前面我们讲了三维立体与反映到平面上的投影的关系。依此类推，可以认为我们实际看到的立方体、球和圆锥等物体是四维空间的四维物体反映到三维空间的投影。当然影子是看不出物体的凸起状，不过四维物体的影子本身就具有凸起的感觉。

前面讲的情况，从量上看，是四维立方体的体积。在下面的文章里，我们把四维立方体称为超立方体，把四维体积称为超体积。于是棱长为 L 的超立方体的超体积必须是 L^4，棱长为 10 cm 的立方体的体积是 1 000 cm^3，棱长为 10 cm 的超立方体的超体积是1 0000 cm^4。cm 的 4 次方是什么呢？它没有一个固定的名词。只能用数学记号来表示。

虚幻的第四个方向

在表示空间中点的位置时，一般采用“坐标”的方法。如果空间是一维，换句话说，如果点只在直线上运动，那么，点的位置可以用一个数值表示，由于点有可能在原点的左侧，因此，光有正数值还不够，还应有负数值。



直角坐标，斜角坐标

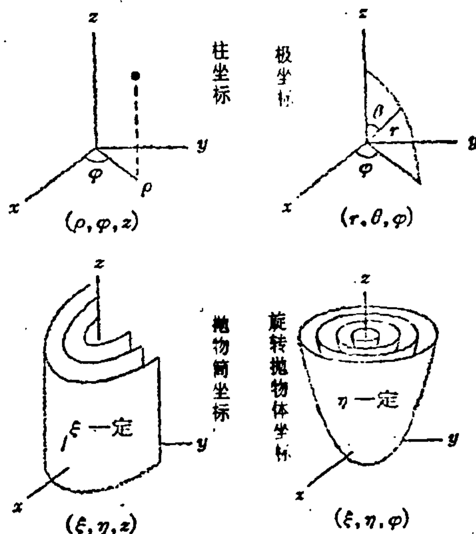
如果空间是二维，让横轴 x 和竖轴 y 在同一平面内交叉，点的位置就用 x 坐标和 y 坐标表示。

如果是三维，在有 x 轴和 y 轴的平面上，垂直设一个 z 轴，那么，由 x,y,z 三个值决定点的位置。这种坐标叫垂直坐标。表示点的位置，不一定非要使用垂直坐标，还可以考虑用斜高坐标、圆筒坐标、极坐标、抛物筒坐标、回转抛物体坐标等各种坐标系，根据各种不同情况，选择你喜欢的坐标系。

不过不要忘记，不管你使用哪种坐标系，在表示三维空间中点的位置时，三个轴一组的数值是必不可少的。

为了便于理解，我们还是采用垂直（直角）坐标的形式。

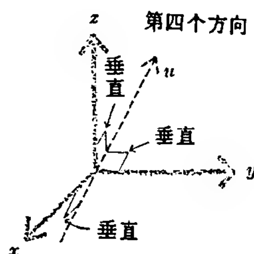
在四维空间里，坐标是怎样一种形式呢？除了 x,y,z 轴之外，还应该有一条和它们三个相交的坐标。字母里最后一个字是 z，因此，我们只能把前面



其它各种坐标

的字母 u 借来，用 u 坐标表示第四个方向。

例如有一个长方体，它的纵向为 x，横向为 y，高度为 z，与它们的方向交叉的垂直方向便是 u。



四维坐标

然而，实际上 u 究竟对着哪一方向，并非一两句话能说清楚。否则，我就不必写这本书了。本书的意图就是探讨 u 的真正方向，即虚幻的第四个方向。我的方针是不急于做结

论，由浅入深，循序渐进。

奇妙的多维空间

在空间移动的点有三个自由度。因为这三个自由度是由一组数值决定其位置的。要想确定飞机在空中飞行的位置，需要知道它的纬度、经度和高度，然而在海上航行的船舶，只要知道它的纬度和经度就足够了。也就是说船有两个自由度，因为船具有必须在海上航行这一限定条件，自由度必然减少一个（潜水艇例外）。

再以三维空间点为话题，我们知道点不断地移动，它的后面便会留下一条像飞机拉出的烟一样的曲线。这种点的运动用数学形式怎样表示呢？我们总不能说“在某一时刻向右，再向上，然后斜着下去……”吧。把位置作为时间 t 的函数，用数学形式表示，要了解其位置需要借助 x 轴、y 轴、z 轴上的 x，y，z 三个要素，得知点的运动可以用下列方式正确地表示出来：

$$\begin{cases} x=f(t) \\ y=g(t) \\ z=h(t) \end{cases}$$

f，g，h 是表示函数的记号，例如：在 t^2-3t+4 或者 $\sqrt{t^2+5}$ 的式子里，t 是一般的记录方式。这种运动的结果必然会出现立体的飞机云道。

我们假设空间里有两个点，这两点任意移动会出现什么情况呢？设第一个点的位置 x_1，y_1，z_1，设第

二个点的位置为 x_2, y_2, z_2，这六个变数与时间 t 结合起来构成下列方式：

$$\begin{cases} x_1 = f_1(t) \\ y_1 = g_1(t) \\ z_1 = h_1(t) \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 = f_2(t) \\ y_2 = g_2(t) \\ z_2 = h_2(t) \end{cases}$$

f_1 或 g_1 表示某种形式函数的意思。它们实际反映出来的是描绘在空间中的两条飞机云道。

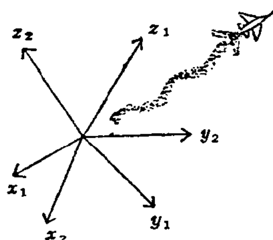
这两条飞机云道可以合二为一吗？回答是肯定的。为此，我们假设有六维空间。

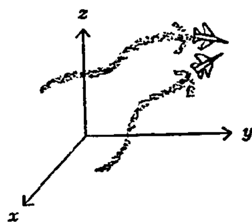
有 $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$ 六根坐标轴。它们的原点在同一点上。假设取出其中的任意二根，都能成为直角坐标轴。三维空间对此无能为力，只有六维空间才可能做到。

三维空间中两个点的位置，用 $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$ 六个变数完全可以决定。这六个变数能够决定的位置，在六维空间里只是一个点。当然，随着时间的推移，六个变数的值（用数学的语言讲，叫连续性）也将不断变化。即六维空间里的飞机云，表现为我们居住的世界中的两点运动。

依次类推，三点运动可考虑为九维空间，四点运动可考虑为十二维空间。笼统地讲，n 点运动为“$3n$”维空间。完全表示物体（一件或多件）位置的必要变数在力学上称自由度。为了简明扼要地记述物体的运动状态，设定与自由度数量相同的维的空间，把它看作是其多维空间里的一个点的运动。这是彻底抓住事物的明智的作法。

六维空间　　　　　三维空间





从三维空间到六维空间

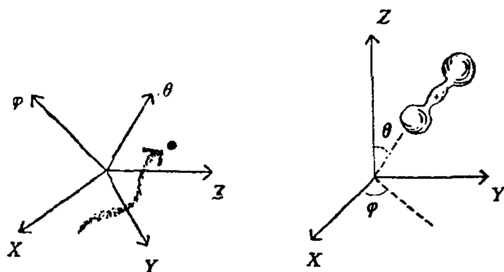
体操中使用的哑铃的自由度，从重心的位置看它有三个，从方向看有二个变数，加在一起共有五个自由度。复杂形状的物体（称刚体）有六个自由度，即，哑铃在空间运动时，为了说明其位置是倾斜的，可以考虑与五维空间点的运动是相同的。

这样，作为力学（或运动学）的记述方法，不仅限于四维，还可以使用六维、九维或更多的维。

也许读者会问：

"的确听说过有六维、九维的说法。但它毕竟是使记述简洁化的一种作法，是人们头脑里想象出来的。我们想知道的并不是这些形式的论述，而是在我们赖以生存的世界里是否真正存在四维空间。"

的确如此，笔者本也不打算靠这一知半解说明多维空间的存在。这样的形式论并不能对标题的《四维世界》做出任何解释。可是，这里我只想说明一点，



从三维空间到五维空间

不论是六维还是 n 维，在数学或物理学上，并没有遭到否认，人们很自然地在使用它。另外，维数无限大的无限维空间也是数学和理论物理学研究中不可缺少的重要概念。

第二章　四维空间的性质

现代就是四维空间的突破口

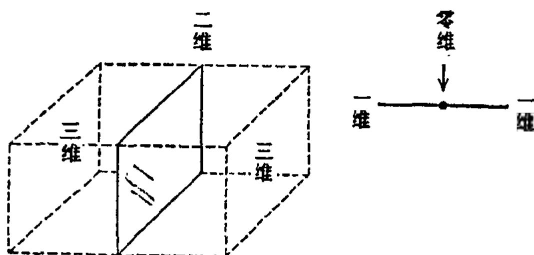
人类是想象力丰富的动物，他们可以想象出从未见过的事物。古时候的人曾描绘过飞机、轮船以及汽车等的样子。三只眼睛的怪物，缺鼻子少眼睛的妖怪，千奇百怪的牛鬼蛇神等都是人们想象力的产物。那些描写人死后进了地狱，还要蒙受血池、刀山之苦的绘画，给孩子们带来了无限的恐怖。

这一切都产生于人们的大脑，实际上正是因为没有人见过它们的模样，他们才可以随心所欲，任意描绘。

四维空间是什么样的谁也不知道，具有思维能力的人，也只能在头脑里想象它的样子，无法将它描绘在纸上。从这种意义上讲，四维空间比怪兽、比牛鬼蛇神更难以对付，需要更高的想象力。

用数学的方法研究四维问题也许是最正确的。在没有捕捉到具体印象之前，只能从道理上考虑这个问题。为此，有些话也难免拘泥于形式。

点为零维。这个点在直线上，有让直线分成左右两部分的作用。同样，在平面上画一条无限长的直



零维将一维线分成两段

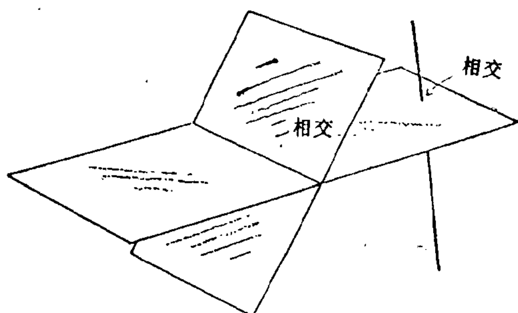
二维面将三维空间分成两部分

线，直线（一维）能将平面（二维）分成两部分。如果有一块无限宽的平面，它便成了一个无限宽的立体（三维）的切口；或者可以说这时的平面是一块任意薄的立体。

依次类推，我们居住的三维空间也可以说是把四维空间分割成两部分的切口。或者说现代世界是将四维空间分割成任意薄的极限。遗憾的是现代人类的眼睛只能看到三维世界的样子，即使在它的旁边存在广阔的四维空间，人类也感觉不到。

第一章里我们讲到除了长、宽、高外，还有一个方向，这个方向对准哪一方呢？从平面和立体的关系来看，我们知道在平面上，不论朝哪个方向拉直线，三维的隆起部分都与直线呈垂直方向。

同样，在四维空间里，不论朝哪个方向拉直线，四维世界也肯定与这些直线呈垂直方向。它与长、



直线与平面相交形成一点

平面与平面相交形成一条线

宽、高的方向不同。那它是什么方向呢？在我们居住的世界里有这个方向吗？至少从普通的立体几何学里很难找到答案。空间是无限的，空间以外存在无限大的量，这里，我们想到时间这种不同性质的量，以研究时间为目的的物理学受到人们的注意。这一点让我们放在以后再谈。作为只是单纯的空间的问题，我决定从几何学的角度探讨四维空间。

超空间交叉

在一个广阔无垠的平面上，画两条不平行的直线，最终这两条直线肯定会在一个地方相交，相交处便形成一个点。如果是两条平行线，从广义上讲，平行线也会在无限远的地方相交。在三维空间里，平面与直线相交处形成一个点，平面与平面相交处形成一条直线。如果是三个平面相交，相交处仍形成一个

点。同样，在三维空间里，一个大立体与大平面相交的话，相交处是一个大平面。

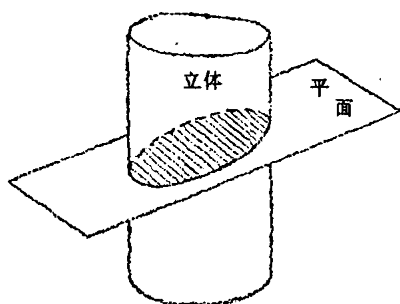
下面让我们看一下在四维空间里(简称超空间)，出现这种相交会怎样呢?在超空间里，使用相交的说法是否适当，我不知道。我们称它为交叉空间，把交叉产生的部分叫切口。下面是超空间交叉的情况：

交叉空间	切口
四维物体与三维空间	立体
二个三维空间	平面
三个三维空间	直线
四个三维空间	点
三维空间与平面	直线
三维空间与直线	点
二个平面	直线

在上面的七种现象中，前四种仅限于存在四维空间的情况，不能象模型似地描绘出它的切口部位。后三种是三维空间的相交。同样的切口在三维空间和在四维空间的情况也不同。三维空间的切口：

交叉空间	切口
三维空间(有限立体)与平面	平面
三维空间(有限立体)与直线	直线
二个平面	直线

四维空间与在平面内(二维空间)，直线与平面相切形成一条直线(直线完全吻合在平面内)，在三维空间里，面与线相交处形成一个点的情况相同。



立体与平面相交形成一个面

平行空间与垂直空间

在一个平面上可以很容易地画两条平行的直线，在空间里也可以平行放两个平面。在这种情况下，“平行”的意义是什么呢？众所周知，不管走到哪里两者也不会相交。换句话说，所谓的平行指在无限远的地方相交。

在三维平面里存在很多不同的平面，在超空间（四维空间）里，也可以考虑有很多不同的三维空间，从这些众多的三维空间里，取出两个特定的空间，偶然也会出现彼此平行的现象。

所谓的两个三维空间 A 与 B 是平行的说法，并没有一个固定的模式。假设 A 中有人和汽车，不管从 A 中的哪一部分（人头也好，汽车的外胎也好，什么部位都行），向其它空间 B 的一处画一条一定长度的垂直线，我们把这个长度称 A 与 B 的垂直距离。垂线究竟拉向何方？另一个空间 B 在哪里？从现代人类研究的程度看 A 空间与 B 空间在两个空间平行的条件下绝对不会相遇，最近的距离至少也

是两空间的垂直距离。

在三维空间里，适当地移动两个平面，可以使两个平面呈相互垂直状态。同样，两个三维空间 A 与 B 在超空间里，也会呈相互垂直状态。由于它们不是平行的，因此，A 里的人与 B 里的人能够接触。

前面列举的切口一览表已表明，A 与 B 的切口是一个面。也就是说一个特定的平面，它既是三维空间 A 的一部分，也是与 A 呈垂直状态的三维空间 B 的一部分。如果两个空间居住的人进行接触，接触部分肯定在这个特定的平面里。

四 维 圆 球

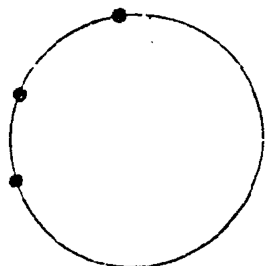
在同一平面中确定两个点之后，便可以确定通过这两点的一条直线。用数学语言讲就是："通过两点有一条直线，而且，只能是一条。"这里我们尽量使用浅显易懂的语言加以说明。

在三维空间中确定三个点(三点不在一条直线上)之后，便可以确定通过三点的平面(二维)。同样，在超空间中指定四个点之后(四个点不在一个平面上)，通过这四个点的三维空间只有一个。这种情况也适用于五维空间，六维空间，甚至更多维的空间。

在同一个平面上，指定三个点，通过这三点的圆周只有一个(三点在一条直线上的时候，可以解释为是无限大半径的圆)。如果在三维空间里，指定四个点，通过这四点的球面只有一个。同样，在超空间中确定五个点以后，便可以确定通过这五点的四维球

面（四维空间称超空间，四维球面亦可称超球面）。

我们很难想象出四维球的具体形状，总之，不论从超球 面的哪个部分进行测量，它们到四维球中心的长度都应该相等。

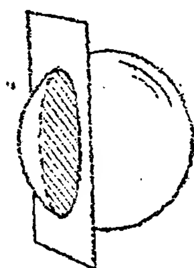


在平面上指定三个点，可决定一个圆

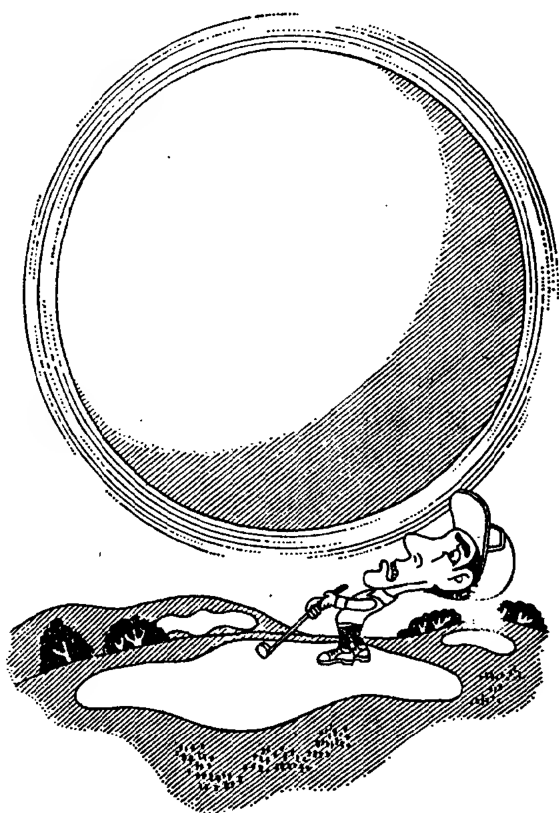
四维球的运行

前面我们已经讲过作为二维生物来说，球只是一个圆。所以，如果球开始接近平面，接触平面，不受任何阻碍在平面上滚动，并通过平面时，二维生物会怎样想呢？它们所能看到的只是球与平面的接触面。球在接触平面的一瞬间，会看见一个小点，然后小点不断地扩大，到与球的半径相同时，再逐渐变小，最后全部消失。

因此，如果这里有一个四维球在接近我们居住的三维空间，情况也将完全相同。四维球与三维空间相遇的切口是球形（普通的三维球）。于是，在我们的眼前突然出现一个小点，然后逐渐扩大，变成了球形。到与四维球半径相同的时候，再逐渐变小，到



球与平面相切，形成一个圆

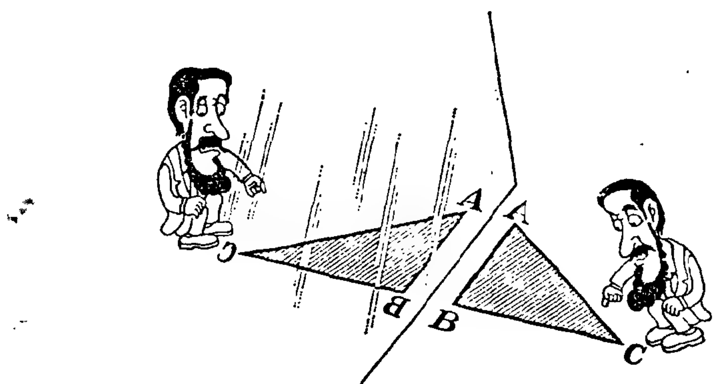


四维球在运动！

最后完全消失。

我们把两个三角形看成是象三角规一样的薄板，在平面上可以自由移动，但不能离开平面。也就是说只能在二维空间内自由移动。

那么在平面内适当移动这些三角形，它们会完

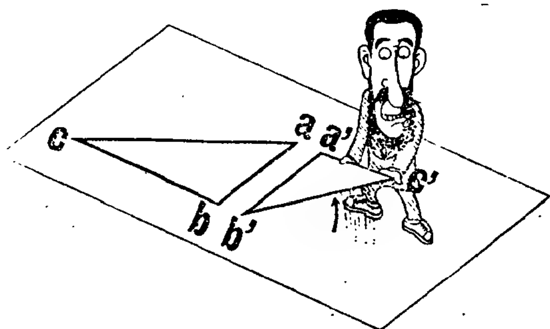


反映到镜子里的三角形

全重叠吗？实验的结果表明不论是横拉竖拉还是在平面内迅速转动，都不会重叠。为了使它们重叠，必须把一方的三角形翻过来。要翻过来，必须让三角形暂时离开平面(三角形的一个角可以挨着平面)，让它在三维空间里运转。

同样的情况放在另一个高维空间里，会出现下图的情况。

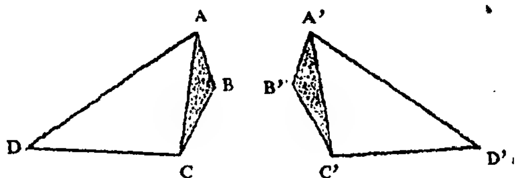
有两个大小相等，形状相同的四面形。它们象物体反映到镜子里一样，完全是对称的四面形(不是正四面体，而是不等面四面体)，它们很难重叠。例如，右侧的四面体能放成同左侧的四面体一样吗？当然我们人类做不到，居住在三维世界里的生物只能望尘莫及了。可是，对生活在四维世界的生物来说也许就轻而易举了，最好能让它通过四维空间，迅速转一圈。



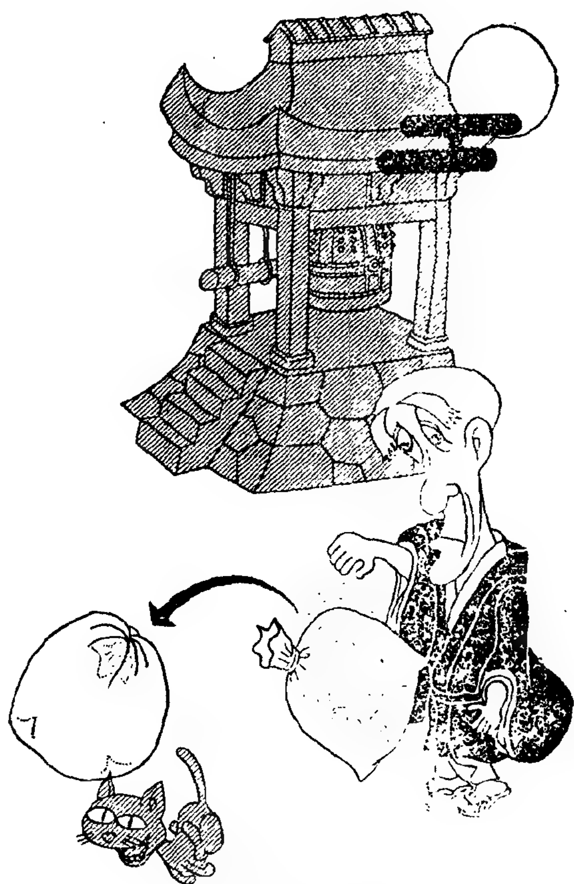
通过三维空间，有重叠的可能

左撇子棒球投手无意中买一个普通的球(掷入左手的球)，当他发现自己上当后，肯定要到运动器具店去退换，因为他不是四维人。

我们三维世界的人类可以把纸做的(二维)轮子的内侧转到外侧，再把外侧转到内侧，同样的情况，如果来一个四维生物，它可以一点不弄破地把薄软的木胶球(三维)从里面翻到外面，象我们翻纸带一样轻松。

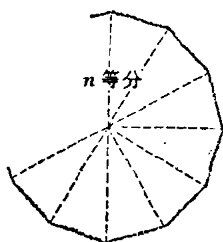


二个对称的不等四面体



四维生物不弄破口袋可取出猫

正二十面体的极限



正 n 边形的画法

众所周知三角形、正方形、五角形等是画在平面上的图形。而且，正三角形、正方形的边长均相等。另外，正五角形、正六角形等还有很多正多边形，不论有多少都可以画出多边的正多角形（或叫正多边形）。画一个圆，把中心的 360° n 等分，让几个半径呈放射状，再按顺序将和圆周交叉的点连在一起，便能得到正 n 边形。

上面讲的是平面几何学，假如放在立体几何学上会怎样呢？面最少的立体是四面体。而且，当四面是大小相等的正三角形时，叫正四面体。

一般来说，人们把面相等，形状相同的正多角形围住的对称的立体叫正多面体，那么，正多面体也和正多角形一样有无数个吗？恰恰相反。立体与平面图形不同，只有 5 种。把这些列举出来会出现如下的情况：

名称	顶点数	棱数	面数	面形
正四面体	4	6	4	正三角形
正六面体	8	12	6	正方形
正八面体	6	12	8	正三角形
正十二面体	20	30	12	正五角形
正二十面体	12	30	20	正三角形

其中正六面体是立方体，是所谓的骰子形。

四维骰子

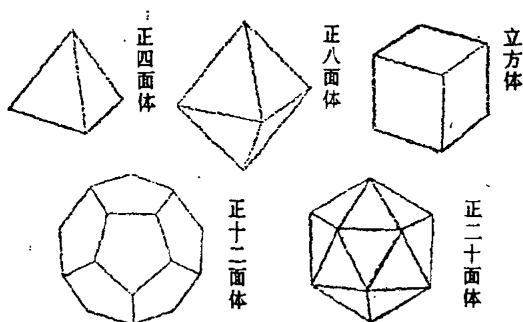
上面讲了正多面体在普通空间(三维空间)里的情况。如果放在四维空间会怎样呢？四维正多面体(超正多面形)究竟有多少种类，我们以后再讲，先让我们看一下最简单的四维立方体(超立方体)。它与在三维空间里，研究立方体比研究正四面体容易的多的道理一样。

超立方体是什么呢？目前我们只知道当棱的长度为 L 时，体积是 L^4(四维空间的鼓起用体积表示)。除此之外其它的情况就什么也不知道了。从三维立方体是被二维面围住的道理来看，超立方体应该是有几块普通(三维)立方体包围着的四维性的立体。三维立方体有六个面，那么，超立方体的周围一共有几个立方体呢？

为了认识这个问题，我们再回到低维的话题。把长度为 L 的线段 AB 沿与 AB 垂直方向移动长度为 L 时，AB 通过的空间(AB 扫描后的扫描痕迹)为正方形。把正方形 ABCD 沿与 ABCD 面垂直方向移动距离 L 时，这个正方形通过的痕迹为立方体。这时，与面 ABCD 垂直的方向也是与线段 AB 和 BC 垂直的方向。

使用把正方形组成立方体的方法，看一下从立方体组成超立方体的情况。

正方形在平面(二维)的中间。在同一平面中，即



五种正多面体

使移动这个正方形，也不会组成立方体，必须沿这个平面垂直的方向移动 L 距离即沿着第三个维的方向移动才能组成立方体。这样，最初的正方形ABCD在只移动 L 之后，便成为 A′B′C′D′ 。根据正方形的移动，由三维空间描绘的立方体被 6 个正方形包围着。这 6 个正方形是：

(1)　ABCD　出发时的正方形
(2)　A′B′C′D′　到达时的正方形
(3)　ABB′A′　线段 AB 移动的正方形
(4)　BCC′B′　线段 BC 移动的正方形
(5)　CDD′C′　线段 CD 移动的正方形
(6)　DAA′D′　线段 DA 移动的正方形

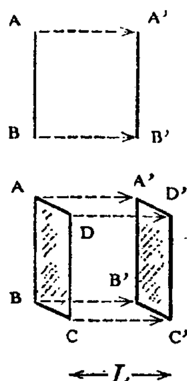
同样，立方体的棱数共有 12 个。
出发时的正方形有 4 个棱(AB 等)
到达时的正方形有 4 个棱(A′B′ 等)
移动时的正方形有 4 个棱(AA′ 等)
移动时产生的棱数等于出发时正方形的顶点

数。这一点看一下图便一目了然。

立方体的顶点数共有 8 个，移动并不能产生新的顶点。

出发时的正方形有 4 个顶点（ABCD）。

到达时的正方形有 4 个顶点（A′B′C′D′）。



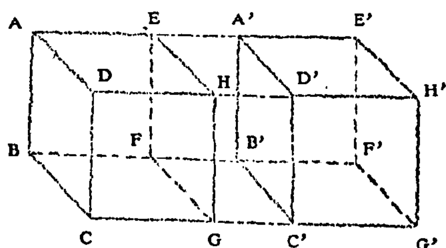
线移动形成面，
面移动形成立体

难以描绘的图案

要组成超立方体，必须移动相当于立方体的棱长的距离 L。向哪个方向移动呢？当然是向第四个维的方向移动。

图中的 ABCDEFGH 是出发时的立方体，A′B′C′D′E′F′G′H′ 是到达时的立方体。不过这个图并不一定正确，因为，我们很难描绘出四维空间中图的形状。迫不得已，只能根据三维空间的情况进行推断。

出发时的立方体存在于我们居住的三维空间。而且，这个立方体只向第四个维的方向移动 L。当然我们的眼睛看不到这个所谓的第四个方向。到达时的立方体存在于与我们眼前世界不同的另一个三维空间里。这个三维空间与我们居住的三维空间处在平行的位置上。



向第四个维的方向移动 L

因此，A 与 A′，B 与 B′ 或 H 与 H′ 的距离为 L。另外，棱 AB，BC 等只向它的垂直方向移动 L，形成 A′B′，B′C′…等情况。出发时的立方体的 6 个面（均为正方形）分别向与面的垂直的方向移动 L。从图中我们看到正方形 ABCD 正在向与面垂直的方向移动，但并不能说正方形 ADHEF 正在向与面垂直的方向移动。

那么超立方体究竟被几个三维立方体、几个正方形、几条棱、几个顶点包围着呢？这是可以推断出来的。采用移动正方形组成立方体的作法，移动立方体组成超立方体。根据出发时、到达时和移动时的情况，可以计算出有多少个立方体和正方形。

我们很容易得到出发时到达时的情况。移动时的情况是：

正方形（面）移动	立方体
棱移动	面
点移动	棱

具体数字见下表：

	出发时	移动	到达时	合计
顶点	8	……	8	16
棱	12	8	12	32
面(正方形)	6	12	6	24
立方体	1	6	1	8

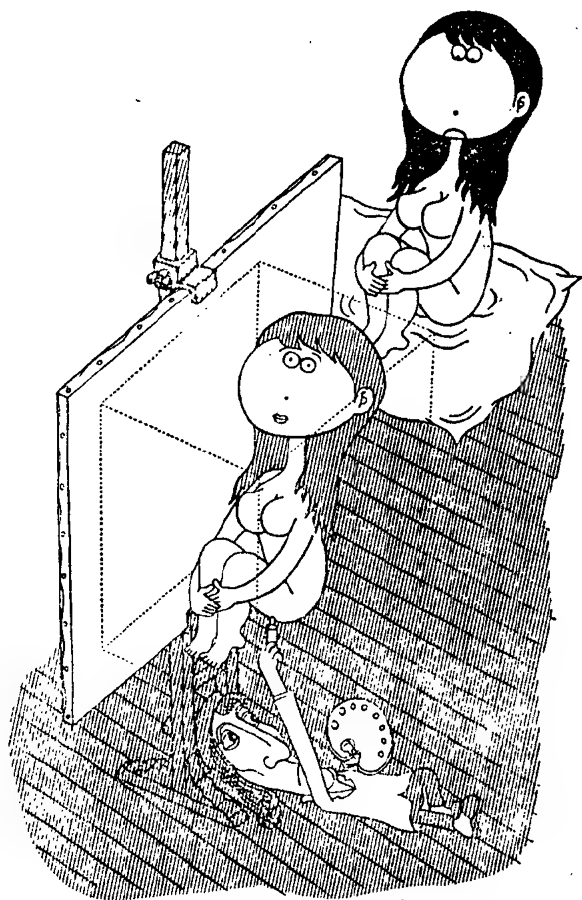
从中得出超立方体由8个三维立方体、24个正方形、32条棱和16个顶点组成。

详细描绘超立方体

人们在描绘物体形状时，通常用铅笔或钢笔把它画在平面的纸上，然而要描绘三维立体的突起状，必须要下一番工夫。因为画只能画出物体的投影，为了尽量完整地表现出物体的实际形态，人们往往用几张剖面图的形式。

采用立体书写器具，描写立体物体会怎样呢？例如有一个立方体（直立方体或球立方体均可）的容器，里面塞满了特殊的化学药品，用一个类似笔的特殊书写用具在里面穿行，走过的地方便留下一条曲线。如果有这样一个机器，就可以描绘立体的设计图，那将成为制图史上的一大变革。描绘圆筒或圆锥的侧面时，必须将其全部涂盖上，虽然多少有些麻烦，但从道理上讲，并不是不可能。

进一步制作一个四维书写器具的想法也许最终还是徒劳的。那么，谁又能制作超立方体呢？谁又能

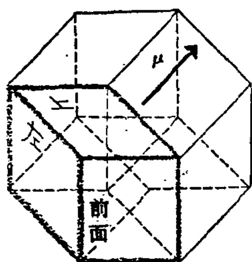


立体笔具

让铅笔在里面穿行呢?即使可能,我们也只能看到三维的投影。也就是说归根结底我们也只能停留在三维空间里想象那些虚无缥缈的图案。

正如在二维纸上可以画出普通的立方体图案一

样，我们在三维空间里也应该可以详细地描绘出超立方体的形状。右图是在三维纸上描绘出来的超立方体。



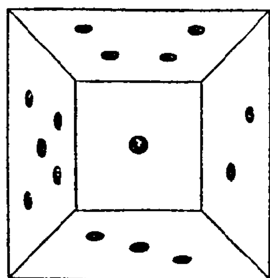
精确的超立方体

在纸上画普通立方体的时候，不管从哪个方向看，都只能看到三个面。同样，从上图我们可以看到在环绕超立方体的 8 个三维立方体中，只能画出 4 个立方体。

图的左下角是出发时的立方体。它有 6 个面。图中画出了右侧、下侧和对面的三个面的移动，这三个面同时移动，可以自然形成一个类似平行六面体的东西。如果在纸上画一个普通的立方体，它的面自然形成一个类似平行四边形的东西。同样，如图所示超立方体周围的三维立方体也不一定是一个立方体，也许是一个平行六面体。图中描绘了一个出发时的立方体和三个移动产生的立方体。稍加考虑，好象出发时立方体移动左面、正面及上面之后，也会画出三个立方体。可是图中出现的图案却是一塌糊涂。下面我们用再稍微容易理解的方法，图解超立方体。

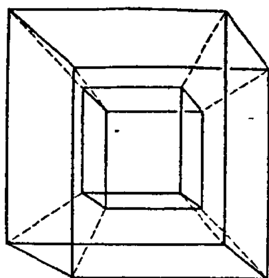
下图是将用橡胶做成的中空骰子剖开后的一个面(6 个面之一)，其它 5 个面被强压在一个平面上。因为是橡胶制品，可以将其它五个面压平，变成梯形。同样，在超立方体侧面的 8 个立方体之中，除一

个以外，其它 7 个都可以强压在三维空间里。见左图。



展开的骰子面

图中间的小立方体和它周围的 6 个六面体(上、下面是正方形、侧面是台形)组成超立方体周围的立方体。



超立方体展开在
三维空间里的图形

图中没显示出来的最后一个立方体是以图最外面的 6 个正方形为侧面的立方体。所以，不能把这个大立方体看作是第 8 个立方体。从压成平面的骰子图中我们看到没画出来的第 6 个面是以最外面的 4 个边为边的正方形。这个大正方形本身不是第 6 个面。勉强地说是这个大正方形的背面。同样，没画出来的立方体也可以说是图中大立方体的背面。

向三维空间挤压

我们知道三维立方体的顶点是：

$$\text{一个点}\begin{cases}3\text{ 条相互垂直的棱}\\3\text{ 个相互垂直的面}\end{cases}$$

它的棱是：

一个棱　2 个相互垂直的面

然而，四维立方体的一个点有 4 条相互垂直的棱。它具有四维的性质。我们把这 4 条相交的轴分别称 x 轴、y 轴、z 轴、u 轴。u 轴在三维空间里是没有的。

那么，集中在四维空间里一个点的相互垂直的面有几个呢？能不能说四维就应该是 4 个面呢？在三维空间里，集中一个点的面有 3 个，x-y 面（x 轴和 y 轴组成的面）、y-z 面、z-x 面。在四维空间里则有 6 个面，x-y 面、x-z 面、x-u 面、y-z 面、y-u 面、z-u 面。也可以说在四维世界里，集中一个点的相互垂直的面有 6 个。

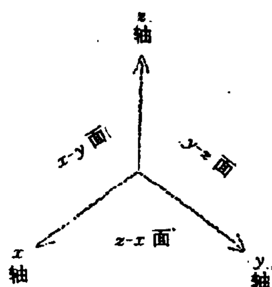
那么，在四维空间里，集中一个点的立方体有几个呢？换句话说，就是接触超立方体一个顶点的三维立方体有几个。它使我们想起了组成超立方体的情况。例如：如果注意一下出发时立方体的一个顶点，我们发现这个立方体自身就接触这个顶点。而且，出发时的立方体的 3 个面也接触这个顶点。通过这 3 个面的移动组成 3 个三维立方体。因此，集中一个点的三维立方体的数量共有 4 个。

因此，在四维空间里，集中一个点、一条棱和一个面的情况如下：

一个点 { 有 4 条相互垂直的棱
有 6 个相互垂直的面
有 4 个相互垂直的立方体 }

一条棱 { 有 3 个相互垂直的面
有 3 个相互垂直的立方体 }

一个面　有 2 个相互垂直的立方体



在三维空间集中一点的面数

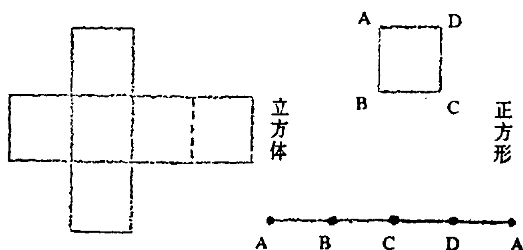
把超立方体扁扁地压在三维空间的图案也是根据这一点推断出来的。注意中央的小立方体，计算一下集中在顶点、棱、面等上的线和面有多少个。但是，从这个图中我们还搞不清“相互垂直”的情况。实际上虽然是四维物体，但它的表现形式仍是三维的。因此，难免会出现不能相互垂直的情况。

四维骰子的展开图

前面，我们讲了超立方体投影到三维空间里的情况，下面让我们看一看四维骰子的展开图。与投影的意义不同是将维降到一维的图形。

正方形 ABCD 的展开图是指将正方形拉直，形成直线 ABCD 的形状（见下图）。立方体的展开图如图所示：在正方形的周围适当地留下涂浆糊的部分，

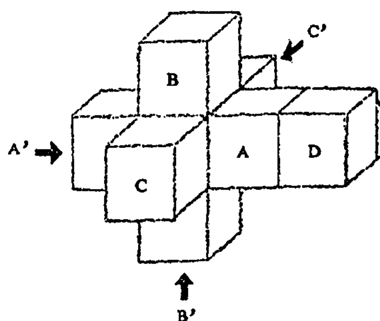
按点线折起再用浆糊粘起来，可以做出一个骰子。



正方形展开图与立方体展开图

超立方体的展开图如下图所示。

这里的 8 个立方体形成了超立方体的侧面，适当地折叠可以做一个超立方体，可是，如果硬要追问它的折叠方法，恐怕连大数学家、大物理学家也回答不出来。不过，可以举这样一个例子：一个普通的骰子有 6 个面，不管哪个面都与其它 4 个面连接，换句话说，不能接触的面只有一个（第一面不接触第六面，第二面不接触第五面）。同样，上图的 8 个小立方体，在折成超立方体时，必须与其它 6 个小立方体接触，不接触的小立方



超立方体展开图

体只有一个。不接触的小立方体是图中的 A 与 A′、B 与 B′、C 与 C′、D 与 D′(D′在背面看不见)。

假设把展开图的 8 个小立方体折散开，会出现如下情况：

立方体： 8
面： 48
棱： 96
顶点： 64

实际上前面例举的超立方体是：

立方体： 8
面： 24
棱： 32
顶点： 64

应该说超立方体周围的面与 2 个三维立方体是共通的；棱与 3 个立方体、顶点与 4 个立方体是共通的(用数学的语言叫公有)。

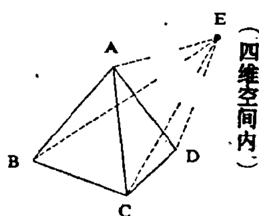
四维正多面体

除了前面看到的超立方体外，四维空间的正多面体的情况怎样呢？

环绕在周围的线和面的数量最少的图形是二维三角形和三维四面体。以此，可以推断出在四维空间里，可以想象是被 5 个四面体包围的超立方体，我们称它为五胞体(或五单体)。

现在我们做一个试验，把一个正四面体看作是类似底边的物体。假设在四维空间里有一个点。使

用这个点和四面体周围的 4 个正三角形，组成 4 个四面体。这 4 个四面体与底面的一个四面体加在一起共 5 个四面体。它们包围着五胞体。有 5 个顶点，比四面体多一个。棱数是把底面的四面体的 4 个顶点和连接新点的 4 个加起来，共有 10 条棱。面数是把新点和底面的四面体六根连接起来，形成 6 个正三角形，加起来共有 10 个面。我们用 C^5 的记号表示这个五胞体。



五胞体

把前面讲过的超立方体称作八胞体（或八单体），用 C^8 的记号表示。把四维空间的正多面体全部列出来，会出现下面的 6 种情况：

记号	名称	境界多面体的种类和个数
C^5	5 胞体	5 个正四面体
C^8	8 胞体	8 个立方体
C^{16}	16 胞体	16 个正四面体
C^{24}	24 胞体	24 个正八面体
C^{120}	120 胞体	120 个正十二面体
C^{600}	600 胞体	600 个正四面体

这些超立方体的境界应该被正多面体、正多角形、棱、顶点包围着。它们的个数可以用与求超立方体和五胞体同样的方法求出来。

记号	立体	面	棱	顶点
C^{5}	5	10	10	5
C^{8}	8	24	32	16
C^{16}	16	32	24	8
C^{24}	24	96	96	24
C^{120}	120	720	1200	600
C^{600}	600	1200	720	120

另外，三维空间的多面体不管是哪种形状的物体（当然可以不是正多面体），都可以使用：

（顶点数）－（棱数）＋（面数）＝2

的公式。四维多面体可以补充下列情况：

（顶点数）－（棱数）＋（面数）－（立体数）＝0。

前面的公式是欧拉提出来的，后面的公式是彭加莱的。

第三章　弯曲的空间

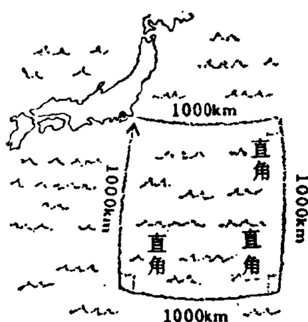
不能返回原地的飞机

我们进行了长距离的飞机飞行试验。预定飞行距离是4000公里。飞机0点0分从东京起飞向东飞行，飞行1000公里后，向右拐90°，在太平洋上空再向南飞行1000公里后，再向右拐90°。这次向西飞行1000公里，再向右拐90°，最后的1000公里向正北方向飞行。在接近日本国土时天空突然出现了乌云，视线开始模糊。根据仪器的指示，在大约向北飞行了1000公里的地方开始着陆。着陆后，看看下面是否是起飞时的东京上空。

上面讲的是一个智力测验题。答案是否定的。着陆的地方不在东京的上空，而在犬吠崎附近的上空。按一般常规来看，它飞行的路线是边长1000公里的正方形，从道理上讲应该返回东京的上空，然而答案恰恰相反，这就给我们留下了一个难题。

那么，从东京起飞，向西飞行1000公里，在朝鲜釜山东北部向左拐90°，向南飞行1000公里，再向东飞行1000公里，后向北飞行1000公里会到达什么地方呢？我想大概到了山梨县甲府市附近了吧？

它明明飞了一个正方形，可为什么不能返回原地呢？我们习惯用平面几何学的头脑考虑这个问题，实际上，这是球面几何学的问题。再说的简单点就是因为地球是圆的。



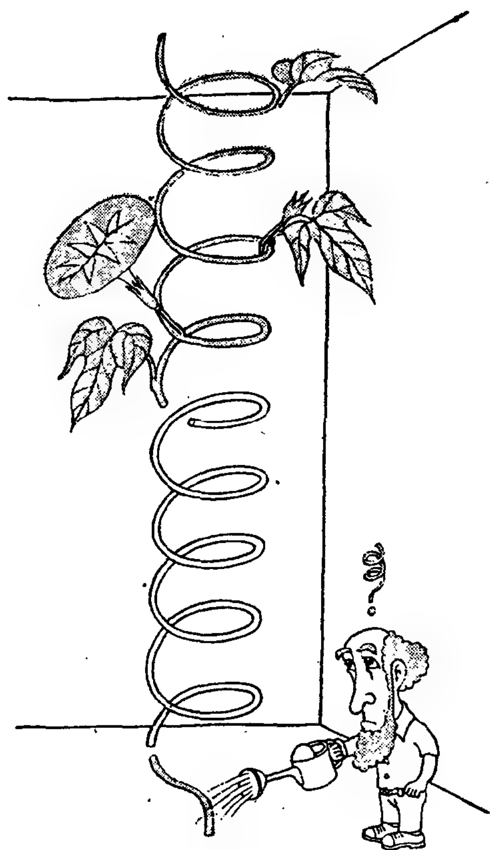
边长 1000 公里的正方形

如果在平面上把它画出来，它是一个边长 1000 公里的正方形，然而，到了象地球一样的球面上，情况就截然不同了。

在地球的表面上，连接北极和南极展开的经度，越靠近赤道的地方间隔越大，越靠近北极和南极的地方间隔越小。而且在两极所有的经度都是相交的。在东京的附近，经度与经度之间的间隔约在 1100 公里左右。因此，从东京向东飞行 1000 公里后，到达距东京 1000 公里以南的小笠原群岛附近，再向西飞行 1000 公里，也不会再回到与起飞时相同的经度上。向右拐 3 次的位置不是东京的正南方向，而是回到了犬吠崎。其次的问题是向东拐 3 次，也不能回到东京的正南方向，只能到达甲府。

牵牛花蔓是几维

从前面讲的情况来看，一维空间是直线，二维空



牵牛花蔓是几维？

间是平面。那么，曲线、曲面是几维呢？

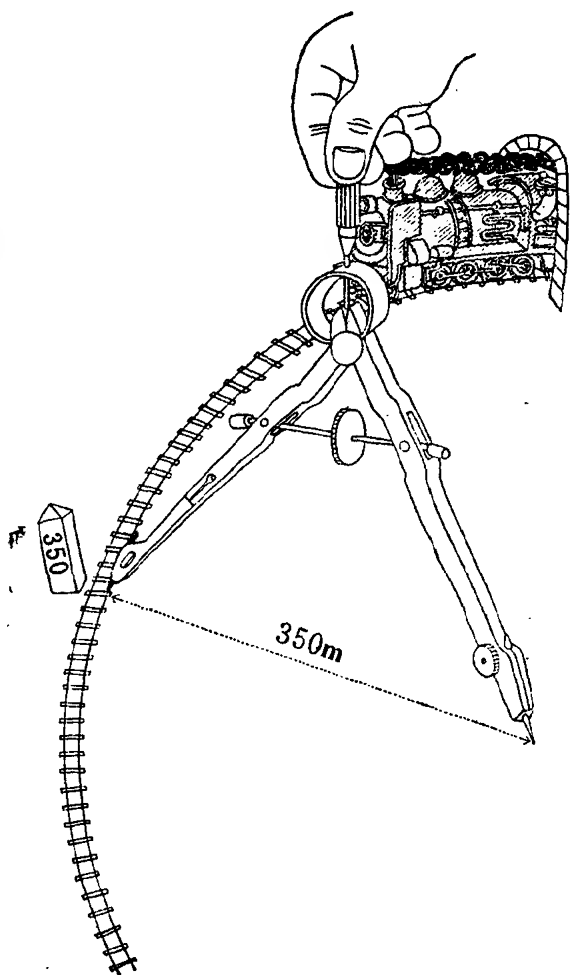
盘旋式的蚊香是在一个平面上，可是，牵牛花蔓是螺旋式地向上伸展，因此，只有三维空间才能容纳得了它。那么，能说蚊香盘是二维，藤蔓是三维吗？

如果严格规定“一维是直线，二维是平面”的话，解释蚊香盘就应该具备二维知识，解释藤蔓应该具备三维知识。然而，从数学的规定来看，只能看到一条线。因此，蚊香也好，藤蔓也好都是一维。为了表示线上某一点的位置，有一个变数就够用了。因为它与前面讲的情况不同不是垂直伸展的。即使是弯曲的，线上的点也不会离开这条线。因此，归根结底还是一维的问题。

例如：将铁轨铺成笔直的形式，从效率上看也许是最高的。在日本地形复杂的地方，轨道大都是弯弯曲曲的。可是在东海道干线上，如果问离东京站 100 公里的地方是哪儿？你马上会说出来（汤原与热海之间）。反过来如果问名古屋站的位置，你也许能说出是位于东京站 366 公里的地方。实际上，如果乘下行列车，注意路边的左侧（有时立在铁路的两侧），你会看到表示离起点公里数的标志牌，在大标志牌之间，每隔 100 米立着一个小标志牌。

下面讲一下曲率的问题。立在路边的细标志牌实际上是表示线路弯曲的形状。数字是线路的曲率半径，单位是米。数值越小弯曲的程度越急。半径到了 300 米的时候，其弯曲程度最大，因此，列车应该减速行驶。

同样，类似球面或圆柱侧面的曲面，仍然是二维面。要表示面上点的位置，有两个变数就够了。例如：判断地球上的某一点，只要说出它的东经、北纬度，马上就能确定出它的具体位置。象这样的曲面也是



注意路线标志!

二维空间。与不弯曲的平面相比，情况就复杂的多了。

这里我想谈一下三维空间的问题。三维空间只是我们眼前的一种。那么，这个空间是笔直的还是弯曲的呢？笔直的物体人们的眼睛能看得出来，因此，这空间好象就是笔直的。那么，如果弯曲的话会怎样呢？三维是弯曲的说法是什么意思呢？它和认识四维空间一样是令人费解的问题。

根据平面与曲面的关系进行推理，从某种程度理解弯曲的三维空间还是可能的。首先，让我们考虑一下作为弯曲空间的入口，把平面变成曲面会出现什么情况。

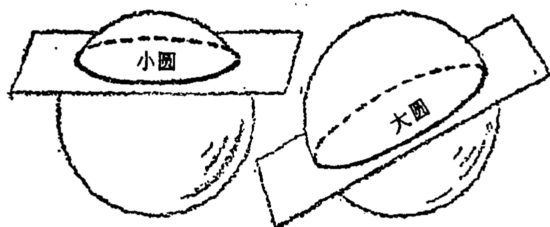
情况不同的球面

曲面有不同的种类。首先我们列举与地球表面相同的球面，了解笔直的三维空间和弯曲的三维空间的各种几何学的条件有什么不同。

把处于通过球心的大平面上的圆叫大圆；把处于离开球心的大平面上的圆叫小圆。地球表面上设定的经度和赤道统称为大圆，纬度为小圆。

在平面上能拉出一条直线，可在球面上却拉不出这样的直线。

在平面上，通过 A 点和 B 点的直线是连结 A 与 B 最短距离的线。虽然没有连接球面上两点 AB 的直线，但还是存在最短的线。通过 A 与 B 的大圆就是这条线。正确地说，沿着大圆从 A 向 B 走，有这边和那边两条道路。短的一边是最短距离的线。在曲面几何学中把它叫作短程线或测地线。



大圆与小圆

从墨卡托投影式世界地图来看,连接横滨与旧金山的航线在北部有很大的弯度,实际上这是测地线。把球面绘制到平面地图上的时候,长变成短,短变成了长,打破了长度的形状。

昭和 16 年(1941 年),袭击珍珠港的日本海军在袭击前集结到千岛,但并不是人们所说的“迂回集结于遥远的千岛”,而是顺路到了袭击路上的千岛,因此横跨太平洋的最短距离是“迂回北方”的说法是错误的。

如果 A,B 在球的两端(如南极或北极)可以找出无数条连接 A,B 的测地线,否则只能拉出一条直线。

在平面上,所谓的直线 AB 和直线 CD(AB 和 CD 可以向任何方向拉长)是平行的,就是二条直线即使无境止地延长也永远不会相切(前面我们采用了在无限远的地方相切的说法)。通过 C 点确实有一条平行 AB 的直线,但不能有二条以上的直线。

球面的情况怎样呢?在球面上,不存在平行的直线(测地线,以后称测地线为直线)。例如:不管从哪个角度看地球的经度,北极和南极都集中在一点。在球面上,不管用什么方法画两个大圆,必定会有二点相交。

但是,纬度是不会相交的。因为,球面上不存在平行直线。

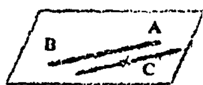
我们现在谈一下“平行直线”的问题。在球面上被称为直线(正确地说叫测地线)的是大圆。纬度线不是直线,球面上不存在平行直线。即:通过C点没有平行于直线AB的直线。它是区别空间是笔直的还是弯曲的最重要的根据。

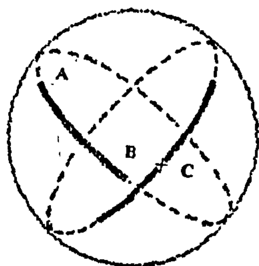
弯曲的空间

本书的目的在于探讨四维空间的真实形态。在前面的章节里,我们提到了作为四维空间的产物超立方体和五胞体的情况。可是,这些毕竟都只限于在笔直空间里的情况。如果是弯曲的空间,情况却截然不同了。

人们通常在纸上写字、作画、制图。即,因为人们早已习惯在平面上书写,从而将曲面遗忘了。

你反复看世界地图的时候,偶尔会出现一种错觉,好象印度比格陵兰还小,阿拉斯加与英国本土离得特别远。而且,我们相信通过一点的平行线只有一条,三角形的内角和是二个直角之和(这一点下面很快会讲到)。





测地线与平行线

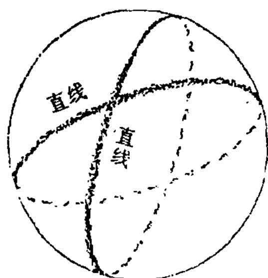
但是，这并不是绝对的。它的先决条件是如果“面不弯曲”。正确地说宇宙间弯曲的面很多，绝对笔直的面才是极特殊的情况。

早在很久以前的希腊时代就有人开始研究平面几何学了。然而，人类发现曲面，创立曲面几何学的历史却并没有那么早。

我们用模型可以制作曲面，而且想象它也并没有多么复杂。但是三维空间的曲面却很难推测。它和众多的革命性的发明一样，都是由天才的数学家发现的。

同研究四维空间一样，三维空间的弯度问题在空间论上占有很重要的位置。这是因为在研究空间维数时，必须要调查弯度的情况。也就是说在研究再加一个维的情况时，必须要考虑空间弯曲会产生什么样的结果。

爱因斯坦详细调查了我们居住的宇宙空间的性质。他可以称之为第一流的物理学家，但对数学却是外行。不管你具有多高的物理学家的直觉，如果对复



地球上没有平行线

杂的数学一窍不通，那么你就不可能正确解释自然界的奥秘。他能够根据特殊相对性理论，展开一般相对性理论。实际上在他的背后，也包含着数学界同行的敏锐启发。他们告诉他有关的数学公式，指出："宇宙空间是弯曲的。"

平面几何学毫无用处

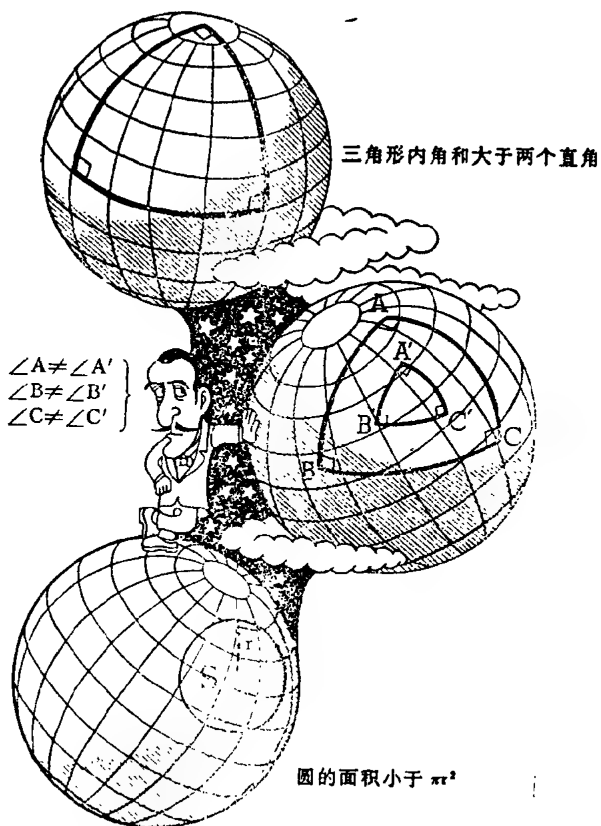
三维空间是否弯曲是一个比较复杂的问题，让我们再回到球面的话题。研究球面上图形的学问叫球面几何学。正如前面讲到的那样它与平面几何学的不同之处在于：

1. 不存在平行的二条直线；
2. 直线上没有终端但长度有限；
3. 三角形的内角和大于二个直角。

例如在地球上，以北极为顶点，以赤道为底边。底边的两侧内角均为直角。因为二个角的和等于二个直角。因此，加上顶角的内角的总和肯定大于二个直角。

二个图形大小形状相同时，叫"迭合"，形状相同大小不同时叫"相似"。二个三角形迭合的条件是：

1. 三个边的长度相等；



球面有各种性质

2. 二个边与其夹角相等；

3. 一个边与其两侧角相等。

上述三种情况不论是平面几何学还是球面几何

学都是“迭合”成立的条件。但是，“三个角相等”的二个三角形，如果画在平面上，只能是相似；如果画在半径相同的球面上，将成为迭合。换句话说，角度相等，大小不同的二个三角形不能画在同样的球面上。它表现了空间是笔直的还是弯曲的根本差异。

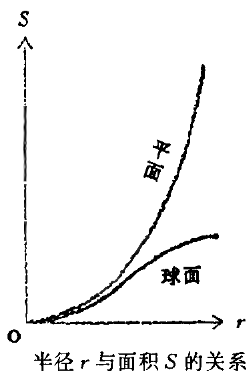
半径为 r 的圆画在平面上，面积 S 等于 r 的平方的 π 倍。公式是：

$$S=\pi r^2$$

π 表示圆周率。

那么，如果同样半径 r 的圆画在球面上面积会怎样呢？它与平面上的圆相比，面积要小，圆周也短。另外，它与球的大小有一定的关系。同样半径的圆画在大球上和画在小球上，面积截然不同。

现在，我们在一定的球面上画各种大小半径的圆。即使半径增加二倍、三倍，球面上的圆的面积也不会像人们想象的那样增加四倍或九倍。面积 S 作为半径 r 的函数画在坐标上会出现下面的情况。



半径 r 与面积 S 的关系

从图中可以看到，平面上圆的面积的抛物线不断增大，而球面上圆的抛物线随着 r 的增大，增长趋势反而开始缓慢。

因此，如果购买半径为 n 米的圆形土地，买平面上的土地要比买球面上的土地合算。在一个更大

的象地球一样的球上，即使有几十平方公里的土地，因为是球面，面积大不相同。

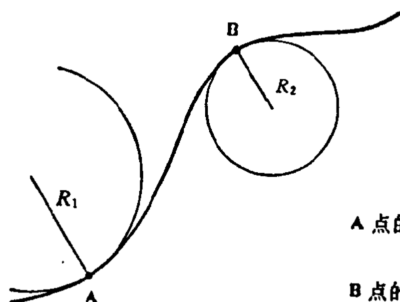
总之，我们还是先来看圆的面积是否跟半径的二次方成正比？二维空间是笔直的还是弯曲的这些大问题。

曲　率

在考虑空间问题时，“弯曲”这一情况是不可缺少的概念。可是，它几乎同想象四维空间一样艰难，考虑弯曲的三维空间也是一件非常困难的事。因此，我们在充分得到弯曲的二维空间（曲面）的知识后，再去考虑高维空间的弯曲问题。

在此之前我们只调查了球面的问题，然而曲面中除此之外还有各个种类。所谓的“弯曲方法”，同线段的长度、二条直线形成的角度等一样，是空间具有的一个性质。弯曲的方法各种各样，有急骤的，也有缓慢的。因为这里面涉及到量的问题，所以可以用数值表示出来。一点弯曲也没有时为零，急弯数值大，我决定用数值表示弯曲的性质。

在有任意曲线的时候，不管它是什么线，只要注意其中最短的部分，就可以把它看作是圆周的一部分。而且，把这个圆的半径称曲率半径。在一个圆上，不管在圆周上的哪个部分曲率半径都是相同的。如果是抛物线中心部分，曲率半径就短，离开中心越远曲率半径越长。广义地讲可以说“所谓的直线是曲率半径无限大的曲线”。



曲线的曲率

我们把曲率半径的倒数(3 的倒数是$\frac{1}{3}$,0.2 的倒数是 5)称曲率。用符号表示曲率,在下边时称正数,在上边时称负数,弯曲的程度越大曲率越大。

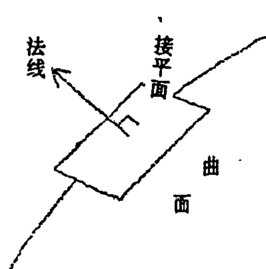
高斯的发现

前面我们讲的是曲线的曲率。那么,面的曲率是什么呢?例如从水平方向看圆柱的侧面是非常弯曲的,但从上下方向看却是笔直的。圆锥体的侧面也同样,一边(母线方向)看上去是笔直的,另一边却是弯曲的。相反,在球面上,不管从哪个方向看都是弯曲的。

因此,即使在曲面上指定一个点,这个点上的面的弯曲程度也因方向不同而有所不同(不管朝哪个方向弯曲程度都相同的是球体)。另外,在决定一般曲面的曲率时,不仅要指定一个点,也要指定一个方

向。

曲线上的一个点可以拉出一条接线。同样，也可以组成一个接平面，接平面通过接点可以拉出一条与接平面垂直的直线。我们把这条直线叫法线。



曲面的法线

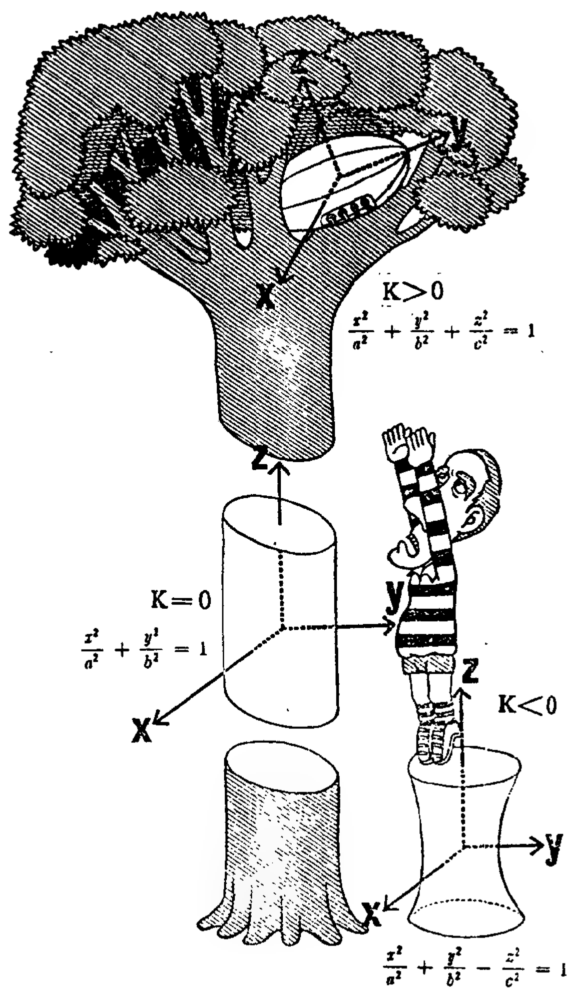
拉法线的方法是，先去掉刚才说的接平面，然后考虑一个含法线的平面，这个平面与刚才设定的接平面呈垂直状态。

完全包含法线的平面不只是一个。以法线为轴，在平面上不断旋转，会出现无数个平面。这些平面都包含着法线。在这种情况下，这个平面会与原来的曲面相切，出现一条曲线。转动平面相切产生的曲线变化多端。这样形成的曲线接点上的曲率，最大的用 m 表示，最小的用 n 表示。曲面突出在表面时曲率为正数。如果某一方向的曲率为负数，那么，n 将选择绝对值最大的负数。在圆柱上，m 的曲率同底面的圆相同，n 为零；在球面上，m 和 n 的曲率同大圆相同。使用 m 和 n 的符号表示，会出现下列定义：

$$H=\frac{1}{2}(m+n)$$

H 表示平均曲率。

$$K=m\cdot n$$



全曲率 K 与曲面

K 表示全曲率。

K 是高斯提出的，因此也称高斯全曲率。高斯

把平面上曲线的曲率扩大到欧几里得三维空间。他的弟子黎曼又把它扩大到多维空间。在此以后的半个多世纪,爱因斯坦使用黎曼几何学,提出了新重力的理论。

全曲率 K 与曲面的形状有什么关系呢?要调查这个问题,一般来说考虑 K 为正数、零及负数时的三种情况。

从图中可以看到,不管取哪一点都是凸起的。最大曲率 m、最小曲率 n 均为正数。因此,像橄榄球一样的旋转椭圆面的全曲率 K 也是正数。

相反,K 为负数的代表例是一个双曲面。不管取双曲面哪一点,都是纵向凹下、横向凸起。在这种情况下,m 为正数,n 为负数,积 K 为负数。

另外,K 为零的例子是椭圆柱的侧面。

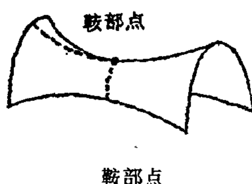
马鞍几何学

前面我们讲了双曲面的例子。在说明全曲率为负数时,通常以马鞍为例。从前后看鞍子的中部如同峡谷,从左右看如同山顶。这个点在数学上有时也叫"鞍部点"。

鞍部点也可称作"山顶点"。一般来说沿着翻越山顶的路走,山顶点越来越高,但沿着山脊走山顶点越来越低。

以山顶点为中心,画一个半径为 r 的圆,其面积是大于 πr^2 还是小于 πr^2 呢?与球面相比,多少有些令人费解。为此,我们先在一个全曲率为零的圆柱侧

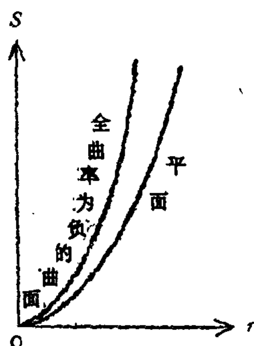
面画一个圆，看看它的面积是多少。在理解负曲率性质的基础上，会很容易理解这种作法。



鞍部点

在纸上画一个圆，然后把纸卷成圆筒形，于是，平面上的圆会自动变成圆筒侧面上的圆。因为纸没有伸缩性。所以，圆周的长度和圆的面积与平面并没有什么区别。

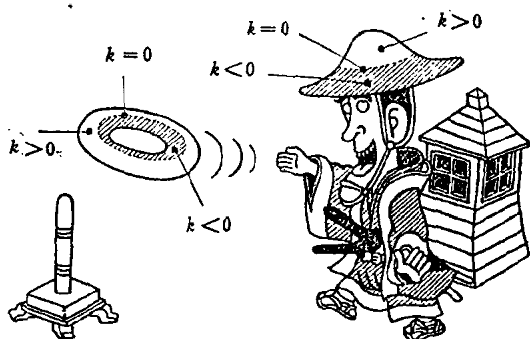
制作山顶点要把圆筒侧面笔直部分（与圆筒轴平行的方向）硬折成弯形。当然，此时的圆筒必须用有弹性的橡胶等材料制作。总之，按上述要求折弯后，圆周将会伸长，这样讲也许容易理解吧。



半径 r 与面积 S 的关系

在这种情况下如果间隔很小地画很多同心圆（圆心在一点，半径不同），所有圆周都会伸长，而且，圆与圆之间的细环状的面积也将增大，因此，以山顶点为中心画出的半径为 r 的圆的面积大于 πr^2。

上图是把面积 S 作为半径 r 的函数画出的圆形。总而言之，全曲率处于负空间的情况下，圆的面积比半径平方有更急剧的增加。



全曲率为负数的例子

另外如炸面饼圈的内侧部分和斗笠的下侧部分是全曲率为负数的曲面，而炸面饼圈的外侧和斗笠的上侧部分则是全曲率为正的曲面，在全曲率为正和为负的交界处全曲率为零。

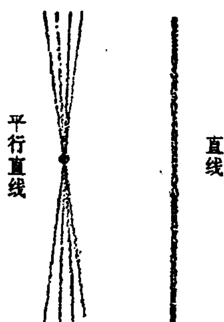
伪 球 面

在球面上不论取哪一点，全曲率都是正数的一定值。那么，所有点都是全曲率负数一定值的曲面是什么呢？

实际上曲面上画出的线或图形具有何种性质，可以借助几何学来帮助。发现这种特殊几何学的先驱是俄国的罗巴契夫斯基(1793—1856)和匈牙利的哈波利安(1802—1860)。

罗巴契夫斯基几何学与球面的情况正相反，通过一点，在一条直线上可以有无数条平行的直线。另外，在曲面上画一个三角形，内角的和小于两个直

角。

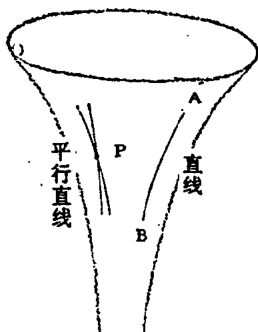


罗巴契夫斯基几何学

1868 年意大利的贝尔特米研究出构成罗巴契夫斯基几何学的曲面，并给它命名为伪球面。

如图所示与直线（正确地说是测地线）AB 平行，画两条通过 P 点的直线。而且任何一条直线都不会与 AB（延长）相交。这样，通过 P 点与 AB 平行的直线还会有无数条。另外，在曲面上画一个三角形 ABC，你会看到它的内角和小于两个直角。

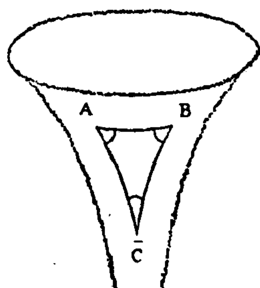
德国数学家黎曼（1826—1866）提出了与此相反的三角形内角和大于两个直角的球面几何学。他以球面为起点，先后创立了弯曲曲面、弯曲空间几何学。



贝尔特米伪球面

平面几何学是从希腊时代就开始研究并被众人所知的欧几里得几何学。在三维空间里，通过一点与一条直线平行的只有一条平行直线，

也称三维欧几里得几何学。而且，我们居住的三维空间就是欧几里得空间(笔直的空间)。



$\angle A+\angle B+\angle C<2\angle R$

伪球面上的三角形

第五个公设之谜

数学从根本上说是有公理的。它是一门在认识这一公理之后再研究其事态发展的学问。这一点尤其反映在几何学上。一般来说，公理是自明之理，无须通过其它例证加以证明。

欧几里得几何学的公理，正确地说由五个公理和五个公设组成。

下面举一个公理的例子。

“两个角都等于第三个角，那么这两个角也相等。”

乍听起来，有些像天书。总之，A 等于 B(A＝B) A 又等于 C(A＝C)的话，那么 B 与 C 也相等(B＝C)。虽然这是最一般的常识，说出来好像有些瞧不起人，但这就是数学。必须要区分“自明”和“一见自明但并非如此”这两种不同的情况。为此，作为公理有必要把这些情况列出一个表。

同样，根据几何学的基本规律也可以推论五个公设。前四个公设都是自明之理，只有第五个公设是

我要讲的问题。即：

“两条直线与第三条直线相交，如果内角之和小于两个直角，两条直线向内角方向延长，那么，最终一定会在某一点相交。”

简单地说就是：

“如果两个角度不同，直线终将会相交。”或者说：

“如果几条直线是平行的，那么它们与其它直线相交时的角度相等。”

它们与公理、公设的其它纲目毫无关系。当然目前我们还无法证明这一定义。只能将其追加为第五公设。如果没有这一项，就不会有“三角形内角之和等于两个直角”这一重要定理。

关于这种平行的纲目，遭到数学家们的非议，指出如果其本身不能自明就无法与其它公理相提并论。这的确是个缺陷，为了能够证明这一点，几个世纪以来，数学家们一直没有中断对它的研究。

欧几里得的主张其本身并没有错误。重申第五个公设，就是“通过一点与一条直线平行的直线只有一条”。这一点本身并不自相矛盾。于是它成为欧几里得几何学的基础。

非欧几里得几何学

在欧几里得提出的五个公理、五个公设之中，去掉最后一项，补上一条“通过一点与一条直线平行的直线有许多条”定义的话，便成为与欧几里得几何学

不同的另一种几何学。它就是罗巴契夫斯基几何学。这一几何学就其自身来讲也不自相矛盾。在研究它的模型时，可以考虑用伪球面。另外，“不存在平行直线”的定义是黎曼几何学，其模型可以考虑用球面。

我们把几何学分门别类，可分为以下几种：

1. 欧几里得几何学

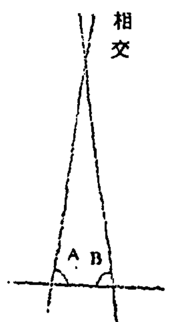
2. 非欧几里得几何学 { 罗巴契夫斯基几何学 / 黎曼几何学

非欧几里得几何学也称广义黎曼几何学。

例如有一条无限长的直线 AB，在 AB 以外的地方有一点 P。通过 P 点有一条无限长的直线 CD。以 P 点为轴，按逆时针方向转动 CD。我们把 CD 转动的情况称三种几何学。它表现为：

1. 欧几里得几何学

两条直线的交点向右移动，交点在右侧消失的一瞬间便出现在左侧。



$\angle A+\angle B<2\angle R$

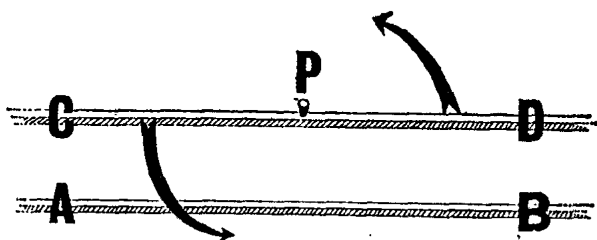
欧几里得几何学第五公设

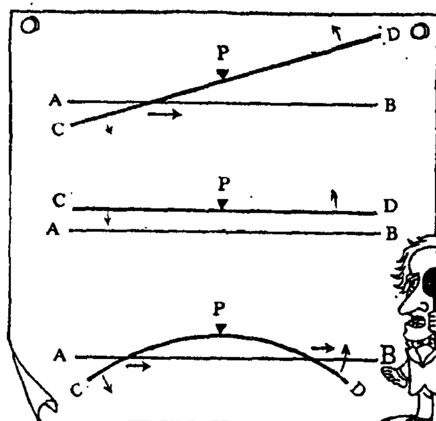
2. 罗巴契夫斯基几何学

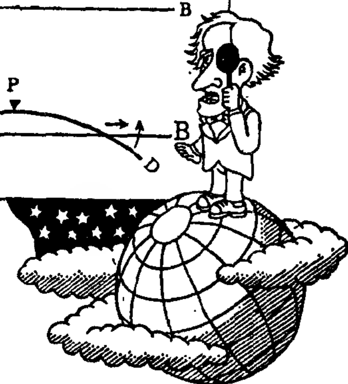
交点在右侧消失后，CD 仍自转一段时间后才出现在左侧。

3. 黎曼几何学

在某一时间内，交点存在于右侧和左侧。很难说明哪个正确哪个错误。“数学”这门学问，所谓的公理可以说是最根







三种几何学

本的“假设”。以某一公理为出发点，从中能引出各种法则，如果能找出发展的构造，就再好不过了。

这样一来，不管二维还是三维，都存在空间是什么样的疑问。笔直的是空间，弯曲的仍是空间。尤其在三维空间里不存在像欧几里得说的那种通过一点只能拉出一条平行线的才是空间的情况。至少从几

何学的立场上看，有些空间并非如此。因此，如果有人问你空间是什么样的话，你可以下这样的定义：

“空间是作为几何学的实体没有分界线的连续体。”

多维球的体积

下表我们看一下球的体积和面积。当然，不仅限于三维的情况，还要考虑一维、二维及一般的 n 维。不过，不管几维，它的半径都是 r。

1. 一维：

球心是直线上的一点。从中心向左右延长长度为 $2r$ 的线段相当于球的体积。表面的面积是线段左端和右端的点。因为只是一个点，所以不存在空间量的问题。

2. 二维：

二维球是一个圆。体积（实际面积）是 πr^2，表面面积（圆周）为 $2\pi r$。

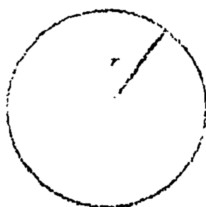
3. 三维：

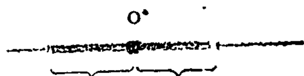
这是我们平时说的球，众所周知，体积为 $4\pi r^3/3$，表面面积为 $4\pi r^2$。

4. 四维：

四维球的体积和表面面积是多少呢？

所谓的四维球是什么样的呢？从直觉上很难判断。也许长、宽、高都向第四个维的方向鼓起。可是，根据数学的推理，可以正确计算出它的体积和表面面积。





一维球 $V=2r$

一维球与二维球

四维立方体的体积为 L^4。可是，知道体积也未必能做出超立方体的模型。同样，我们也想象不出四维以上球的模型。使用积分计算方法，可以求出体积和表面面积。结果为：

四维球的体积：$\frac{1}{2}\pi^2r^4$　其面积：$2\pi^2r^3$

五维球的体积：$\frac{8}{15}\pi^2r^4$　其面积：$\frac{8}{3}\pi^2r^4$

依次类推，可以计算出更多维球的体积和面积。

第四章　偶然事件

探讨四维世界

本书的书名是《四维世界》。因此，著者不能回避四维世界是否存在这个最基本的问题。如果存在四维世界，那么它是什么样呢？

无论是在东京，还是组织探险队攀登喜马拉雅山，甚至登上月球都可以，终究要搞清四维世界的真实面目。

我们已经了解超立方体和五胞体，比较了弯曲空间和笔直空间的不同之处，不知这些能否使各位满意。

的确，如果存在四维空间，便不能排除五胞体的可能性，而且超立方体在笔直的空间里，会有无数条普通的平行线，在弯曲的空间里，便不存在平行线。可是，不要忘记，这些议论都是以假设有四维空间，假设空间是弯曲的为前提提出的。然而，我们真正想知道的只是这些假设中的一部分。我们没时间去听那些假设的理论和那些类似神话的故事。只要说清楚我们现在居住的空间到底是不是四维？是弯曲的还是笔直的？就行了。对于这一点，我想您也许和我

有同感。

几何学与物理学的区别

在此之前，我们只是从数学的角度分析了四维空间存在的可能性。然而只限于数学范畴是否能解析清楚，仍是一个疑点。

世界是三维还是四维，不是单就数学能够回答的问题。就象宇宙空间是具有欧几里得性质还是非欧几里得性质等诸如此类的问题，单靠数学是无法解释清楚一样。欧几里得是怎样的，黎曼又是怎样的，数学可以公理地、忠实地、准确地表现出来。

物理学或生物学这门自然科学是以自然界为对象，自然界发展的情况是自然科学研究的对象。为此，作为研究数学的手段可以加以利用，但也只能是利用。

看到四维世界这一书名，读者期待的是什么呢？我想因读者对数学或自然科学的偏爱程度不同而不同吧。

在数学中，使用图形（当然不限于二维）的领域叫几何学。在自然科学中，以空间或宇宙为对象的领域主要是物理学。

如果有人提出现世是什么样的这样一个问题，那么他一定是一位不满足几何学，想尝试一下物理学的人和更注重实际的现实主义者。本书将尽量满足这类读者的要求，以物理学为主体，进行论述。

实验是检验真理的标准

物理学不同于数学，只有通过观测和实验得出的结果才能证明是事实。与这一事实不同的理论，不管怎样得体都毫无用处。

在我们居住的空间里，虽然有长、宽、高三个维，但很难想象有第四个维。用厚纸折起一个适度的立方体，对任何人来说都并非难事。通过工具画一条通过一点对于一条直线的平行线，结果只能画出一条。说不定同欧几里得所说的一样，我们居住的世界实际上是三维的。

画在运动场上的三角形的内角和等于二个直角，但如果在地球表面画一个大三角形，那么它的内角和将大于二个直角。在考虑一个超常识大小的东西时，也许会出现意想不到的结果。用普通的草率的作法判断自然界是很危险的。它不是科学家应采用的作法。用一个大仪器观测天空时，首先应该考虑的是星星的位置。在选择出的地球上的观测点和两个距离较远的星星间，画出一个三角形，再测出它的内角和，或者也可以观测三个星星。如果它的和等于二个直角，那么宇宙空间便是欧几里得模式的，大于二个直角，会出现正曲率，小于二个直角，会出现负曲率……。

从理论上讲这种观点是无可挑剔的，但从实际上看它并不一定真实。一般来说用天文望远镜很难观测出它的差别。越过银河系，跨过仙女座星云，加



在宇宙上画三角形

上更远的星团，它们也只是宇宙空间极小的一部分。在这样的范围内，曲率并不明显，即使测定也会有误差。从目前人类掌握的天文观测技术来看，要捕捉百万分之一秒的角度是很困难的。

总之，我们首先考虑的是宇宙空间的弯度和维

数。曲率的问题放到后面再讲，下面从物理学的角度看一下我们居住的世界是三维还是四维的。

偶然发生的事件

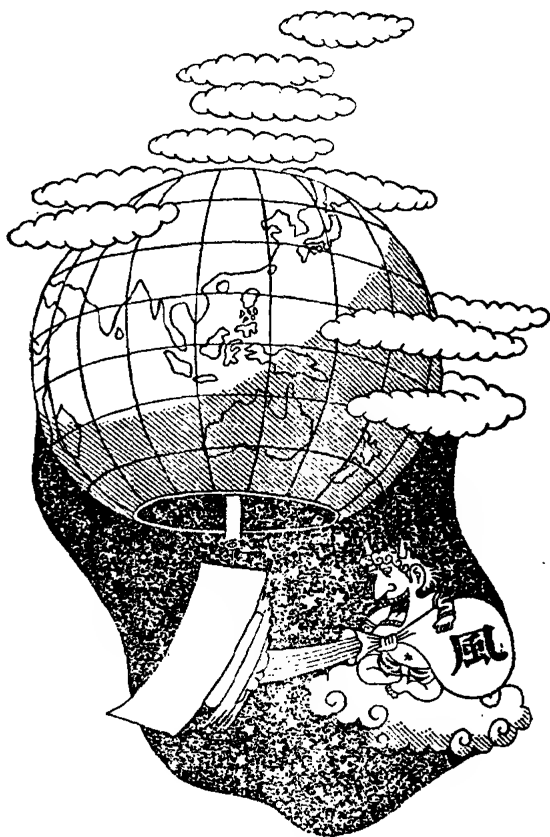
埃菲尔铁塔在巴黎。东京站位于丸内地区，太郎的家在桥的东边。另外，镜框挂在墙上，苹果放在桌子上等都表明东西永恒存在的位置。

然而，狗睡在门边，太郎站在桥上，麻雀落在三羽前面的电线上，只是表明暂时的状态（不过，对贪吃的家庭来说，桌子上的苹果也决不可能是长时间的状态）。另外，如果在邮局门前发生汽车相撞事故或在某荒山野地发生了杀人事件，人们马上提出的疑问是：

“什么时间？”

因此，对事件来说，除了内容以外，我们至少要知道的是“地点”和“时间”。不管任何新闻，这两点是必须报道的。

事件的说法从常识上讲多少有些夸张（也许说现象更贴切一些），广义地讲狗在睡觉是事件，镜框挂在墙上也是事件。而且，为了记述事件，指定某一场所（因空间是三维的，一般需要 x,y,z 三个变数）和表现时间（用一个变数 t 表示）是不可缺少的。东京站也好，墙上的镜框也好，即使 t 发生了变化，x,y,z 不会发生变化。但如果是动物或行驶的交通工具，x,y,z 却要发生变化。虽然根据不同的场合，有不同的变化，但变数都是 4 个。人活动是正常的现



偶然事件！

象，停止却是偶然的情况，人们在数数字的时候，一般来说都包括零。同样，静止并不是运动的反义词，只是运动这一概念中的一小部分。所谓的静止只不过是运动速度偶尔处于零这个极限状态而已。

偶然事件这句话很流行。我们前面讲过的"事

件”就是指这种偶然事件。事态一词却完全不同了，它指在能够预测的场所和能够预测的时刻发生的事件。为此我们要将(x,y,z)和(t)同样作为记述基础的指标。在记述事件时，通常使用(x,y,z,t)这 4 个变数。

非偶然事件

我们从物理的角度看一下这个问题。物理学是记述“事件”中某种事物的学问。杀人事件或列车颠覆事件是社会问题，年轻女歌手突然在著名主持人面前哭泣的事件可以交给报界处理。可是，自然界的现象如果离开温度、电磁界的强度、波动或气压、风速、“时间”、“地点”以及某种程度的量，便不能正确表示出来。

让我们看一下温度的问题。不论是气体、液体还是固体的中间或表面，都存在冷热程度这种东西。人们把它叫作温度，用字母 T 表示。一般来说场所不同，温度也不同，T 是(x,y,z)的函数。

然而，同一场所，昨天和今天的温度也不相同，确切地说一秒钟之前和一秒钟之后的温度也不一定相同，也就是说 T 也是时间 t 的函数。用数学公式表示即：

$$T=T(x,y,z,t)$$

左边是温度的数值，右边是 4 个变数某种形式的记述。此外，电场 E、磁场 H、物体的密度 P、电流密度 I 等都是场所和时间的函数。

物理量一般来说有4个变数函数。它与力学多少有些不同。例如：我们在追踪质点的活动时，随着时间的流逝，位置也在发生变化。可是，在指定时空间某一点时，得到的并不是具有温度或密度大小的物理量。数学姑且不谈，物理学也许会出现这种超现实的东西。抽象或假定是物理学临时采取的手段之一。即：可以暂时把具有重量或体积这种物理量的东西放到质点上来考虑。

前面讲到的温度和密度是普通的物理量，如果指定4个变数，其中某一个值也就确定下来了。严格地说，4个变数中不论缺少哪一个，都无法确定其它的值。然而对于质点来说，作为时间的函数，只能确定它的位置。例如某一时刻的x坐标值，y坐标值，z坐标值可以确定为：

$$x=f(t), \qquad y=g(t), \qquad z=h(t)。$$

然而质点里却没有4个变数(x,y,z,t)确定的函数值。确切地说只有“1”(有质点)和“0”(无质点)两种。

人们早已习惯力学上的这种记述。例如物理学最初出现的公式大致都是$x=ut$，$y=ut-\frac{1}{2}gt^2$，使人感到具有空间(位置)和时间相比较的性质，然而力学上的记述也只是物理学中特殊的情况，物理量用4个变数函数来表示。力学同波动学一样，到了量子力学上要表示电子或光子的状态时，也用4个变数即：

$$\psi=\psi(x,y,z,t)。$$

如果时间发生变化，状态不变（恒定状态），函数中 t 的位置虽然会下降，但在(x,y,z)与(t)之间并没有等级差别。

两个变数的方程式可以作为二维空间的曲线表示出来，如果给这个变数一个值，便可以确定出二维空间（平面）内的一个点。反过来说，也可以把平面内的曲线换成代数的方程式。同样三个变数与三维空间，四个变数与四维空间也可以依次类推。代数学（详细地说是解析学）与几何学相结合的作法，对物理学是有借鉴作用的。

例如：在考虑 4 个变数(x,y,z,t)与四维空间（包含时间的四维空间称时空间）的关系时，时空间内的点不仅表示位置，也表示事件。我们称这一点为事件(affair)。物理学（尤其是相对论）上通常将它译成事件。在自然科学中，事件一词的概念是指指定时空间内一点时的物理状态（或者说物理量）。

另外，我们称三维空间(x,y,z)内的点为位置。

整数之谜

几何学是研究空间性质的学问。二维、三维、四维或 n 维，只是维数的不同，空间是永恒的。

面对现实世界，必须重新考虑时间的要素，这个时间就是物理量。

比较二个三角形的大小是几何学研究的问题。一个小三角形不断扩大，几小时后是否能扩大到最初大小的 2 倍就是物理学研究的领域了。由长度和

时间组成的速度，加速度等都是物理量。当然，作为数学的应用问题，也经常使用这些量，但量本身的性质应该成为物理学研究的对象。

时间是从过去向未来无限延续的一个指标。与它非常接近的时刻，可以说是时间中的某一瞬间。要想表示时刻，可以以基督教诞生为起点，并且，下面我将使用到达时刻的时间的间隔，记述时刻。它需要用很冗长的语言来表示。例如：1969 年 5 月 7 日下午 2 时 10 分的表示，它必须按单位的设定方法将年、月、日、时全部都表示出来。实际上只用一个变数 t 就可以表示出来。从这个意义上讲，时间与空间有相似的地方，也可以说时间本身就是一维。

那么空间是三维的，而时间为什么是一维的呢？这是一个很复杂的问题。确切地说，所谓的一维只是一个整数。不管是二维还是三维整数不变，现在的空间是第三个整数的三维。

我们居住的世界是由时间和空间组成的。表示过去和将来的是时间，表示左右的是空间，有没有一个能表示从什么到什么（很难确切地表示）的永恒的东西存在于时间和空间之外呢？现在我们还不知道。

单就整数而言也会有疑问。比如电量分正负两种，磁量也分正负两种。为什么只有两种呢？正与负用解析几何学的语言讲也许分右侧和左侧。那么，用同样库仑力相互作用的质量为什么只有一种呢？人类生存的世界里有正与负的质量，是否可以说不同符号的叫万有引力，同样符号的叫万有斥力。

人类或动物有男女、雄雌之分。为什么不是3种而只有两种呢？虽然没有必须是三个的理由，但似乎也没有必须是两个的必然性。

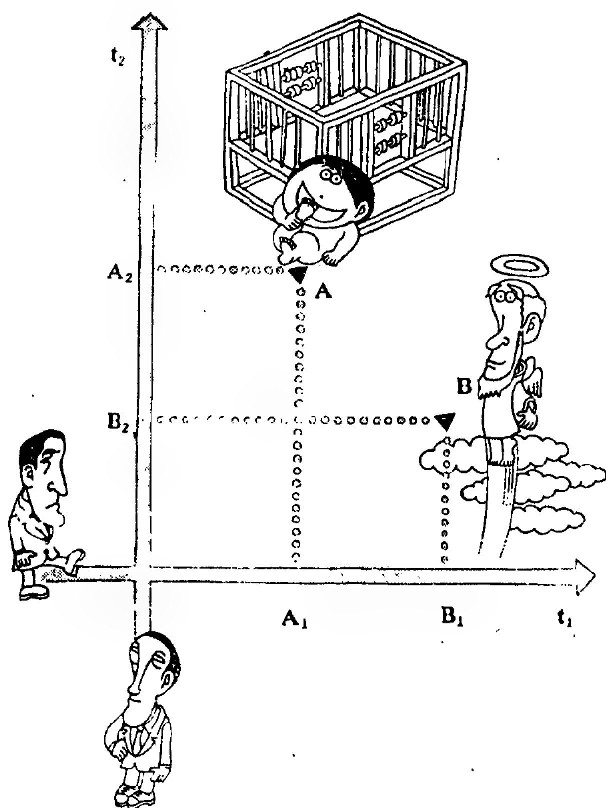
人的性别如果有A，B，C三种的话，很难想象会出现什么样的情况。因为我们已经习惯了只有两种性别的情况。3个人同时谈恋爱、举行婚礼，会给人品行不正的印象，惹世人的唾骂。同样，如果我们是单性繁殖的动物，两个人举行婚礼也会招至世人的非议。

仔细想起来，自然界的整数有很多不可思议的现象。为什么时间是一维的和为什么存在宇宙的问题从本质上讲也许是同等程度的问题，自然科学能否回答这个问题，笔者也说不清楚。

时间为什么是一维的

在科幻小说里，经常出现四维世界的比喻。或者象时间旅行机那样，出现一个朝时间轴方向（过去或未来）飞行的装置。当然这些只不过是人们的空想，人类的头脑常常闪出很多离奇古怪的东西。

到目前为止我还没有看到在科幻小说里描写二维时间的情况。当然单就它的想象来说也是比较困难的。所谓的二维时间是在指定时刻时需要t_1，t_2二个变数的时间。



二维时间

空间与时间的差异

看到这里，你也许想说："时间是一个从过去到未来永不休止的一个维，可以把它看作是第四个维，而我们居住的世界就是四维。"但实际上并非那么简

单。要作出这种结论必须进行精密的测定和深思熟虑。就象一个相貌酷似你们兄弟三人的孩子来到你们家却不能一下子成为你们的小弟弟的道理一样，需要详细调查他的血统和出生环境，在证明了他是与你们血统有关的私生子之后才能加入你们兄弟的行列。

空间中的 x，y，z 三个方向完全具有同等的资格，虽然上下左右有很大程度的不同，但这也许是因为它时常处于地球表面这一特殊的场所，受重力作用这一偶然事件影响的缘故吧。

在宇宙空间，北极星的位置朝着过去的方向，猎户座的位置朝着未来的方向，并没有优劣之分。

与空间的性质比较，时间截然不同。在理论上，人类可以到空间的任何一个地方。东京人只要自己愿意即可以去大阪也可以去札幌，只要有钱和时间就足够了。

我们可以去夏威夷、去巴黎。不仅如此，我们还可以去月球，随着科学技术的不断发展，我们还可以去火星、金星或者挖通地球到地球里面去旅行。如果不存在生物的寿命问题，我们还可以到其它更遥远的恒星上去。

然而时间就不同了。失去的不能再找回来，过去的事情怎样留连，也不会再返回来，反过来你想早一步跨入未来也是不可能的。用最大的想象力想象一个象时间旅行机一样的装置，能给你一点安慰的也只是一座石头山。不管科学技术怎么进步，也无法想

象出能够发明一种沿着时间轴自由行驶的列车。

单从这一点来看，空间与时间有本质上的差别。可以由人的意志支配的空间与毫不以人的意志为转移的时间之间，存在着水火不相容的性质。

不仅如此，人类可以随便占有空间的任何地方，无论是地球、太阳及南十字星。可是时间对于人来说，很多人可以同时占有一个时刻。我的现在就是你的现在，我的昨天对于你来说也是昨天，时间对每个人都是平等的，没有贫富贵贱之分。富人不能买下大量的时间，穷人也不会因为贫穷而少多少光阴。

人有高有胖（占空间大）也有矮有瘦，不管多高的巨人，在时间轴上也只能占有现在这一点。

从这一点来看，空间与时间无相似之处，认为时间是第四个维的想法，的确有些牵强附会，然而爱因斯坦却主张时间与空间的同等性。

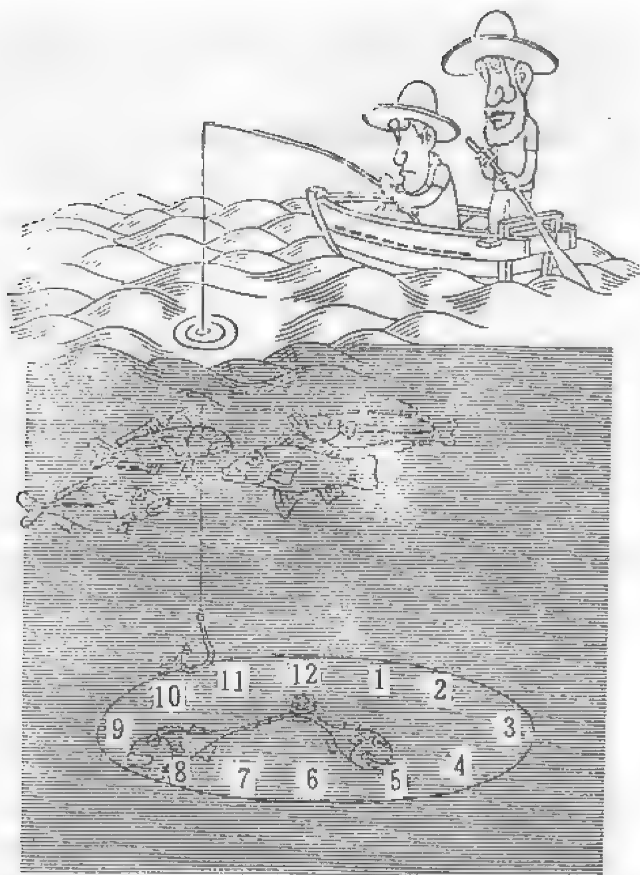
时间与空间

在日常生活中，进行时间与空间的比较是很有趣的。例如：沿着时间轴看社会形势和社会结构是历史学，沿着空间轴进行调查是地理学。

村里的长老虽然对空间轴的知识了解甚微，但对时间轴却具有丰富的知识。然而对周游世界的年轻人来说，比起时间，他们对空间却有更深的见解。人们经常会这样安慰考试落榜或失恋的年轻人：

“把眼光放得更远一些。”

所谓的想开一点，从空间的角度看，是把视野放



沿时间轴的方向钓鱼

宽一点，即，看到除自己外，还有很多有苦恼的人，应客观地看待自己的痛苦。从时间的角度看，是把视野再放长远一些。不要太局限于眼前(即，从时间轴来说不要太近视)，在人生的长河里，自己的现在只不

过是短暂的一刹那。从这种意义上看，对空间轴的展望是与他人的比较，对时间轴的视野扩大关系到自己自身的思想准备。

捕鱼的时候，有使用拖网渔船撒网的做法。它是通过空间的移动进行捕鱼。那么反过来说，垂钓是否可以说是沿着时间轴的方向，驱动捕获意志进行捕鱼呢？

商人在物价便宜的地方购入商品，再在物价昂贵的地方出售商品。即，让商品在空间移动获取利润。不过，让商品在时间轴上移动有时也能获利。东京蛎壳町商品交易所就是靠时间轴的移动获取利益的机构。

另外，日本出租汽车的收费标准只计算空间的移动。可是听说英国等国家的收费标准是空间的移动加花费的时间，因此，英国出租汽车司机并不怕交通堵塞。

不 变 量

有一个圆筒，我们在看这个圆筒时，由于角度不同，有时看上去是圆的，有时看上去是长方形的。长方形的也好，圆的也好都不是它的真实形状，它的真实形状是一个圆筒。

那么，怎样才能看出圆筒的真实形状呢？可以从正面、侧面、上面等各个角度看它。这一点在第一章我们已讲过。

我们用一根细棒作比喻说明一下。假如空间里

有一根细棒，如果不从很正的角度看，我们很难知道棒的长度。随便从一个方向看，棒的长度要比实际的长度短得多。在特殊的情况下（如果棒非常细），能看到的只是一个点。

那么，我们怎样才能准确看清一根1米长的细棒的实际长度呢？可以围着细棒不停地改变自己的角度，从高处，从侧面观看细棒，从所有的方向里找出细棒看上去最长的角度。可是这个角度并不是轻易能够找出来的。

正确理解细棒长度最可靠的方法是从正面、侧面、上面三个方向观看。所谓的正面或上面不一定是水平方向和垂直方向。可以从直交的三个方向看，直交方向有很多组合，可以选其中一组进行测定。

假设正面看棒的长度为 x（x 也许比棒的实际长度短一些），侧面看棒的长度为 y，上面看棒的长度为 z，棒的实际长度为 L；在从各个角度看到的长度 x,y,z 之间，可以构成三维勾股定理：

$$L^2=x^2+y^2+z^2$$

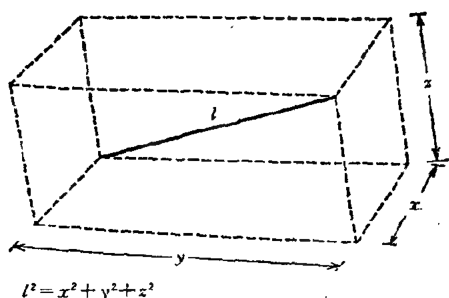
直接求出 L 的长度可列入下列公式：

$$L=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

条件是观测的三个方向是相互直交的。

改变观看的角度（直交条件不变），x,y,z 的值也发生变化，但平方的总和不变。

在这种情况下，L 为不变量，而且，三个成分（x,y,z 是长度 L 的成分）平方的和为不变量时，长度 L 存在的空间为三维。它的证据是平面中的线段往往



三维空间内棒的长度

出现：

$$L^2=x^2+y^2$$

的关系。

前面我们试用各种方法给维下了定义，这里讲的“n 个成分的平方和，不管选择什么测定方向(必须直交)，只要量不变，其空间就是 n 维”。这是确定空间维的最简单的方法之一。

也许有人会问，在讲时间与空间的问题时，为什么一定要插入这些数学定义呢？但是理解包含时间轴的四维空间的突破口就在这个数学定义的附近。这里讲过的是对特殊相对论的伏笔。作为预备知识，请大家一定记住。

第五章　什么是光

眼见为实

我们眼前有一本书，一个烟灰缸。

桌子上有一个花瓶，花瓶里插着一束美丽的玫瑰花。

外面，车水马龙，小狗迈着悠闲的步子在散步，电线杆整齐地排列在路边，楼房高耸入云。远山一片葱绿，山顶上耸立着一座铁塔。到了夜晚，灯火辉煌，明月高悬，星光闪烁。

我们周围有着千奇百怪的事物（包括植物、动物），可人类怎样才能知道它们的存在呢？当然最直观的是通过眼睛了解周围的事物。

除了用视觉了解事物外，还可以用触觉分辨出苹果和香蕉；用听觉分辨出消防车和急救车的警笛；用嗅觉了解瓶里装的香水；用味觉尝出糖和盐。

我们通过五官的感觉认识外界。其中最基本的是视觉，只要看到了就能认识到物体的存在。对普通的人来说，视觉以外的感觉都是认识事物的辅助手段。

从古至今人们都确信“只要物体存在就可以看

到，这是不可置疑的事实。”只要存在就能认识。在看事物的人和被看的对象之间，存在空间上的距离，但并没有时间差。从这个意义上讲，人类在很长时间内都认为空间与时间是两个性质完全不同的标准。

光有速度吗

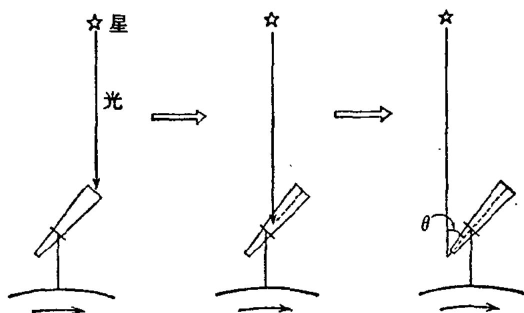
自然科学在发展，从客观上看自然界，人类认识到光的存在。

太阳照射大地，大地留下一片影子。阳光从墙洞里射进来，给黑暗的房屋带来一束圆形的光柱，这些知识很久以前人们就已经知道了。

光既是使物体明亮的物理原因，也是告诉我们物体存在的媒介。虽然我们用眼睛可以看清物体，但物体离我们的眼睛多少都有一段距离。因此，所谓的看是通过一定距离传递或传播物体状态的情报。传播是让情报在远离的空间扩散。即使就时间而言，离开的时刻也是一个问题，即在发信和收信之间是否存在时间差，这是一个值得怀疑的问题。

光一旦被作为情报的媒介得到承认，随之而来的问题就是光的速度是有限的还是无限的。如果光速是无限的，再远的物体人也应该能感觉到，但如果光速是有限的，问题就不那么简单了。

距今 300 年前丹麦的天文学家奥拉夫·勒马发现光速是有限的。他观测到木星的卫星每隔一定的周期出现一次照射木星影子的食。他认为从这次食到下次食的周期因季节变化而不同，地球一年绕太



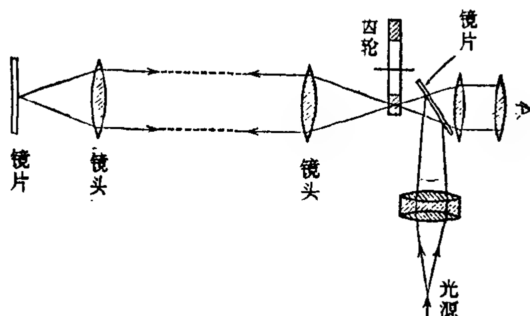
布拉德雷的光速测定

阳转一周，木星虽然也围绕太阳转，但它距地球较远，只是在地球的外侧缓慢地旋转。因此，地球和木星之间一年之中分别有一次最远的距离和一次最近的距离。最好在观测的时候能把光通过地球公转轨道直径的时间与卫星食周期分开对待。从勒马的观测中，得出光速度的值为：$c=2.77\times10^{10}$cm/s。

距此约半个世纪后的1728年，英国的詹姆斯·布拉德雷利用地球公转速度，成功地测出了光的速度。

下雨天，人们打一把伞急步走在雨中时，雨伞必须朝前打一点才不会被淋湿。布拉德雷就是根据“雨伞的这一理论”得出了光的速度。

如果我们把在雨、光（有限速度）和人步行的情况看作是地球的公转，那么，观测垂直恒星的望远镜朝公转方向摆放的位置，春天和秋天也应该多少有



菲佐利用齿轮运转进行的实验

些差别。事实上，布拉德雷已认识到超过实验误差的角度的不同问题，因此才从光的速度与角度的关系上得出了光的速度。

不观测天空得出的光速度

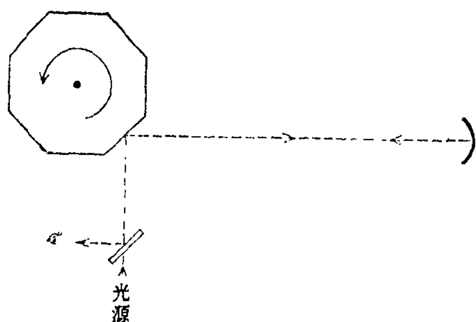
众所周知，光每秒钟绕地球 7 圈半。

要测出如此快的速度，只有利用在宇宙空间中穿行的光，即借助天文学的方法来解决。

距布拉德雷观测 100 年之后的 1849 年，菲佐成功地在地球上测出了光的速度。他采用了所谓齿轮方法，得知光的速度等于：

$$速度=\frac{进行距离}{所需时间}$$

如果右边的分母非常小，那么左边的分子进行的距离不一定是天文学上的数字。问题在于怎样通过仪器测出非常短的时间。



米切尔森的实验

巴黎出生的菲佐利用了齿轮转动的原理，让穿过齿与齿之间的光照射到 8.633 公里外的镜子上，再返射到齿轮上，轻轻转动齿轮，使其正好穿过下一个齿轮与齿轮的中间，调整齿轮的速度。齿轮的齿数是 720 个，符合上面条件的运转速度为 12.61 次/秒。这种运转速度对当时的机械技术来说并不是非常困难的。

根据菲佐的实验结果计算出来的值虽然比实际光速大百分之几倍，但其设想可以说是出类拔萃的。

后来人们对这种装置进行了多方面的改进，1862 年，菲佐的朋友用运转镜 代替齿轮测出了光的速度。

利用运转镜进行的试验，后又反复进行过多次。在此实验中被认为最有成效的还是米切尔森的实验。1926 年，他用正八角柱运转镜进行了试验。他把

实验装置放到加利福尼亚的威尔逊山顶上，反射镜放在穿过山谷约 35 公里的圣安东尼奥山顶上，八角柱在转动 45 度的过程中光往返于两山之间，再度恢复到光源里。这一实验使光速度的精确度有了明显的提高。

后来人们继续进行的实验不是采用机械方法而是利用光反复折射的原理，测定光的速度。光向前方和直角方向振动，当通过电石偏振光镜后，一个方向的振动马上停止了，偏光后的光只通过另一个方向。因此，如果把两块偏振光镜重叠地放在直角方向，光就会被完全遮住。象二硫化碳这样的物质，只有带电场时，才具有重复折射的性质。我们把这种现象叫切尔效应。用这种物质可以制出光瞬间开闭器，然后迅速变化电场，光可以随意通过开闭器。利用开闭器，比使用齿轮或运转镜更精确得多，闪动的也更快。冰川山游岩山下的大裂缝是根据这种方法测定的，并确定了我们今天知道的光速度的正确值。在真空中它为：$c=2.997925\times10^{10}$cm/s。

在空气中穿行的光比在真空中慢。

宇宙间最快的速度

真空中的光速度是宇宙间万物中速度最快的速度。到目前为止，我们还不知道有比这更快的速度。

光是电磁波的一种。电磁波中除了肉眼能看到的光外，根据波长的顺序，还可分长波、中波、短波（上述 3 种一般称电波，用于通信等方面）、微波、热

线、红外线、可视光线(所谓的光)、紫外线、x 射线、γ 射线等。这些电磁波的传播速度与光相同。

从月球上传来的光 1 秒钟便可以到达地球,光从太阳到地球约需 8 分钟左右,我们看到的太阳实际上是 8 分钟前太阳的形状。离地球较近的金星和火星,由于公转运动的原因,离地球距离忽长忽短,从那里传来的光需要几分钟到十几分钟或更长一段时间,到太阳系中最远的冥王星需要花 5 个小时以上;到太阳系外最近的一个恒星半人马座比邻星需要 4 年的时间;到银河系中心(所谓的天河附近)需要几万年,到银河系外的仙女座星云需要约 200 万年的时间。

为了表示宇宙空间的长度,经常以光 1 年中通过的距离为计算单位,一般称 1 光年,有时,也称 3.2598 光年为 1 个秒差距。

使用这些单位,测出到达仙女座星云的距离为 200 万光年,约 61 万个秒差距。宇宙间存在大量的星星,用美国帕洛马(Palomar)天文台被称为现在世界上最大的天文望远镜(口径 5 米)可以测出远离几十亿光年的天体。

利用光速度表示距离,光速就不单单是速度的基本量,在所有可能传递情报的方法中,光是速度最快的物质。除此之外,还有另一种比光的速度更快,又能传播情报的方法吗?

假设有一个用 2 小时光可以到达地球的星球。在地球与这颗星球之间放一根长固体棒,实际上不

可能放一根这样的棒，只是假设而已。

在这颗星球上赛马，购买马券的地方设在地球上。买马券、支付红利等活动都在地球上进行。

让所有的马同时起跑，第一个到达终点的是宇宙鲍尔加德，于是开始计算支付红利。地球人通过精密望远镜（望远镜是不可能观测到星球上进行的赛马情况的，这毕竟是技术上的问题）或实况转播、宇宙电视了解赛马的经过。

用光或电波把赛马场的情况传送到地球需要两个小时的时间。于是一个人和星球上的生物约定把前面讲的固体棒放到星球和地球间。马到达终点后，星球上的生物立即摸固体棒，传送莫尔斯信号：

-•• •-•-• -•••- •- -••- ••• •••-

优 胜 候 补 马 是 落

-••• •- •--• ••-• •-- •••- -•••

马 何 时 才 能 到 达

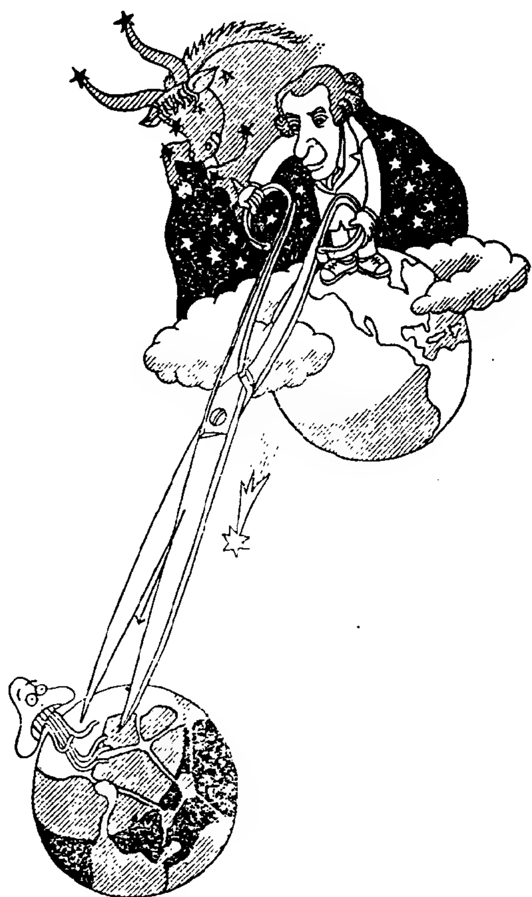
••-• ••- -•••• -•--• •-•••• •--•-

宇 宙 鲍 尔 加

••-••••

德

传递上述信息，以求获得连胜式。如果用 •--- (1) -•••• (6)（或简略式）•- (1) -• (6) 传播信息是最简单的方法。总之，当时地球上卖马票的地方还开着窗口。单胜式买宇宙鲍尔加德的马票，连胜式尽快买①—⑥的马票。两个小时后开始支付红利时，便可以赚回很多钱。单就理论上讲这种情况也许会存在。



用剪子进行宇宙通信

时间的厚度

从目前掌握的情况看，最快的信号是光速度和电波速度。推压固体棒，给另一端的人传递信号也是信号的一种。不过固体通信决不会超过光速度。

所谓的固体棒是指原子密集，规则正确排列的物体。推压一端是指把在固体一端的原子推到内侧，即把原子一个压一个推压到棒的中间。它的构造很象在挂着很多节货车厢的车头开始起动时，离车头最近的一个车厢哐当拉上后，货车与货车之间的连结器部分发出哐当、哐当的响声，不断传到后面。当然，不管是拉还是推，力量传到固体的中间都需要花费很长的时间。这种速度实际上比光速度慢得多。

在星球与地球之间，即使可以放置一根这种传递信息的固体棒，我们在赛马中也赚不到钱。因为莫尔斯信号传到地球时，地球人已经都从电视上知道了胜负，售马票处已经停止售票，开始付红利了。你当然什么也不会得到。

假设在星球与地球之间放一把长度为 22 亿公里的大剪子，剪尖放在地球上，剪把放在星球上，固定两片剪刀的螺丝，安放在靠近星球的地方。

现在星球上的生物抓住剪刀使劲剪一下，上下两片剪刀的交点"咔"一下传到剪尖。

我们平时用的剪刀，剪尖剪把是同时关闭的。假设宇宙剪刀是一秒钟后才关闭。这样刃与刃之间的交点一秒种将跑 22 亿公里。光一秒种最大限度只能

跑 30 万公里，因此，剪刀刃的交点比闪电和光要快得多。

结果，在这颗星与地球之间，不管做怎样的努力，地球上的人也只能得到两个小时之前的情报。那些企图靠不正当手段买马票赚钱的想法是徒劳的。正如图中所画的那样，它与从地球到星球使用剪刀通信的情况一样。

我们看一下很多星星再次相会的日历。地球是 1969 年的时候，用望远镜观测 1 光年以前的星星，时间正是 1968 年，观测 10 光年以前的星星，那里的时间是 1959 年。这不是因为他们忘记了翻日历，他们挂的日历是正确的。地球从感觉到的东西，与在空间和时间里的感觉相比，有很大程度的不同。

空间有深度。同样时间也有深度。我们通过视觉了解的自然界不是现在时间轴上的薄薄的断面，而是追究过去的厚度。

光　波

可以说到目前为止没有发现比光速度更快的通信工具了。不过我们以棒球为例看一下。

假设一名棒球投球手的球速为 40m/s，可是为了取得比赛的胜利，他必须练出击球更快的动作。在不使用机械的情况下，怎样才能投出更快的球呢？

我们让投球手乘坐在飞驰的汽车或其它交通工具上，向本垒投球。假设车的速度每秒钟为 30m/s，球以 70m/s 的速度投向击球员。

同样，在从星球向地球发送光的时候，让发光体乘坐火箭以很快的速度向地球方向运行会出现怎样的结果呢?用这种方法，是否可以比其他人更早地知道前面讲到的赛马结果呢？当然，答案是否定的。因为光不是根据力学而是根据波动学的法则运行的。光线射在衍射光栅上，后面马上会出现光栅的影子。从两个洞口同时射进的光线，在背后的墙壁上会映出明暗线条。这些情况只能从波的原理来加以说明。

那么，让产生波的发源体在产生波的媒介中运动会出现什么情况呢？下面让我们看一下音波的情况。

假设在一个风和日丽的天气，大气与地面呈静止状态，音的速度为 340m/s。如果在这种情况下发音体处于静止状态，波便以 340m/s 的速度从发音体向四面八方运行，同样，发音体处于运动状态，音也仍旧以同样的速度向地面运行，不会出现在发音体前面快在发音体后面慢的情况。虽然在前后听多普勒效应（因波数高）有高低之分（前高后低），但与音波的速度无关。总之，音波对于作为媒介的空气总是以 340m/s 的速度运行。从中我们可以清楚地看到物体运动与波动运行的根本区别。

假设 1 马赫（同样以 340m/s 的速度）的战斗机发出声音在空中飞行。它的前方约 100 米左右的地方有一架 1 马赫的战斗机正在向同一个方向逃跑，前面的战斗机听不见后面的战斗机的声音。当然，喷气式飞机的声音比较大，坐在飞机里丝毫听不见周

围其它喷气式飞机发出的声音。即使排除这种原因，后面飞机的声音也不可能传到前面的飞机里。

从相对论的角度看，两架喷气式飞机都处于静止状态，从力学的角度看，后面飞机放出的物体可以传到前面的飞机。后面战斗机也可以用机枪扫射前方的飞机。尽管如此，音波是传不到前面喷气式飞机里的。

普通力学只研究抛物体与接受抛物体物体之间的相对速度，然而波动学的研究重点是媒介的活动情况。在发音体与观测体的距离是一定的情况下，媒介对此是处于静止状态还是活动状态，结果是完全不同的。

虽然光波通信的速度是有限度的，但作为"光波"媒介的东西从星球飞向地球，其通信速度要比过去我们知道的速度快得多。……

什么是波

光可以说也是一种波，下面让我们看一下波的性质。波有速度。例如海的波涛。海水涨起的部分，朝着某一方向不断前进。它的速度就是波的速度，但这并不是说海水与波一起动，而是海水在简单地上下运动（正确地说海水在进行椭圆的运动）。这一点只要把一块木片放入海水中就可以一目了然了。木片只是随着海面的起伏上下摇摆，而决不会与波浪一起前进。在接近海边的地方，乘冲浪板作冲浪运动，就是根据这一原理利用了波浪的斜面进行的。接

近岸边的海水总是滚来滚去的，然而在大海的中央，海水的滚动就不那么激烈了。

物体的运动不论是球还是炮弹，其自身都在动。可是所谓的波动，不是海水在动而是海水涌起的这一状态在移动。即，不是海水实质的移动，而是起伏这一现象的移动。

声音是空气的纵波。密度部分用眼睛可以看到，其密度部分的速度是 340m/s。空气分子(正确地说是氮或氧的分子)不会朝着垂直的方向运动，某一瞬间会出现密集，密集达于一定限度，便相互排斥，出现稀疏状况。总之，所谓的音波不是空气的移动而是密集这一现象的进行。

在某一瞬间捕捉住波动，可以决定其波长(指波的峰与峰或谷与谷的距离)。注视一点，随着时间的推移进行观测，可以知道周期或振动数。即，不管什么波都具有速度、波长、周期等性质。

产生波动需要有媒介。海波的媒介是海水，声音的媒介是空气，地震波的媒介是构成地壳的土砂岩石等。没有媒介的真空不会传播声音。而且媒介自身必须能进行微小的振动。如果其振动的方向与波行进的方向一致，叫纵波，垂直的叫横波。在行进方向里一般有两条垂直方向(因为空间是三维的)，因此，横波一般说来有两种成分，海波属于横波，因此它只朝垂直方向振动。

以　太

波是一种具有上述性质的物质，或反过来说，如果具有以上性质的物质也可以把它称为波。光属于后者。通过绕射栅，可以求出波长。

例如，可以精确地计算出质量数为 86 的氪所放出的明线光谱群的波长（以埃为单位）：

86 Kr（6458. 0720，6422. 8006，5651. 1286，4503. 6162）

知道光速度后，能很容易地计算出其周期和振动数。

只要具备上述测定资料，我们就可以得出光就是波的结论。另外，从双折射、偏振光等现象得知振动方向具有两种成分，其振动波为横波。而且，从干扰条纹的浓度也可以推断出波纹是否是单纯的正弦波。它并不象判断音的波纹那么复杂。

虽然我们已经搞清了上面的情况，但将来会发生什么情况就不知道了。因为我们谁也看不到光波的实际形状。即使反射到墙壁上的干扰条纹，在某一时刻，也无法判断出它是峰与峰的重叠还是谷与谷的重叠。

这样一来，它与过去波的理解多少有一些出入，总之，只要是波，肯定存在媒介。因此，很多人都埋头寻找这一媒介。我们都知道速度或波长的波动属性，什么东西在波动，谁也不知道，为了不有损于物理学者的面子，我们只好暂且称它为“以太”。

在化学上，用氧将两个烷基（锁状碳化合物）结合起来的物质称以太。但这里讲的以太完全是另一种物质。

光线从太阳传到地球，真空的宇宙必须充满以太。因为以太没有纵波，只有含两种成分的横波。所以，从非压缩性看，它只能是类似具有形状弹性（只具有横向波动的性质）一样的固体物质。

著名的光学研究家涅耳和电磁波的发现者赫兹得出这样一个结论，在物质中以太的密度高于真空，物质在运动时，总是要强拉硬拽那些与真空出现差额的以太。

海水因为有海流和潮流的活动，所以海水没有绝对静止的，相对静止的只是陆地。

在宇宙间，天体不同于陆地和岛屿，它是象船一样的东西。因为天体等由于偶然的机会也会移动。于是在宇宙间只有以太可以作为绝对静止的东西提出来。

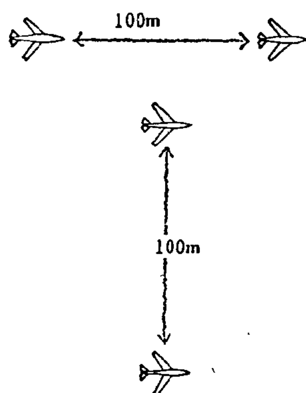
对以太来说只有绝对静止的东西，才具有静止的意义。我们可以把作用于以太的天体叫作移动的天体。

什么是绝对静止的宇宙海洋

我记得儿时坐火车时，总觉得从对面开来的火车速度特别快，而自己坐的火车特别慢。当然，这只不过是相对的速度，当然从对面的火车里看也会与我有同样的感觉。

假设宇宙间只有两颗恒星，而且这两颗星星正在逐步靠近。在这种情况下，你很难判断出是A星靠近B星，还是B星靠近A星。

在这种情况下，绝对论者认为不论A是静止的，B在移动，还是双方都以同样速度靠近，总会有解决的办法。



二架喷气式飞机

然而，相对论者却认为，双方距离在不断缩小是可以肯定的事实，除此之外，什么也不必说了。这并不是因为测定技术的落后，而是判断哪一方是移动的，哪一方是静止的，其本身就没有丝毫意义。

究竟是绝对论者正确还是相对论者正确呢？这里出现了我们前面讲到的以太问题。两只船在相互靠近时，哪一只船在移动（或双方都在移动）看一下海面就会明白。因此，如果找到了以太，便能够把握住星球的绝对运动状态。这样绝对论者便取得了胜利。问题是现在我们能否找到以太。

要搞清楚这一点，并不需要多么深奥的道理。它与在空中飞行的两架喷气式飞机的情况一样。我们考虑有这样两种情况，一是两架飞机前后相隔100

米沿一条直线飞行；一是两架飞机相隔 100 米并行朝一个方向飞行。

假设一架飞机上发出的声音，传到另一架飞机后，又马上弹了回来。在这种情况下，两种飞行声音的往返时间，哪一方更长呢？

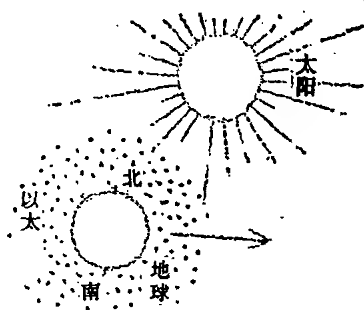
当然，如果喷气式飞机以超音速飞行的话，哪一方都不可能有声音的往返。因此，喷气式飞机的速度一定要慢于声音。即，波在静止的两点间往返时，作为波的媒介，动作于两点间连线的方向比动作于该连线的直角方向所需时间长。

米切尔森的实验

终于进入了确认以太是否存在的阶段。尽管是间接的，只要能够确认它的存在，绝对论者便取得了胜利。同时可以确认它在宇宙间是一个固定不变的基盘。反过来说，如果找不出以太，绝对论者便会陷入非常尴尬的局面。

以太在宇宙间是静止的，地球在以太中进行公转。因此，地球是朝东西方向在以太中不断地运行的。相反我们从地球的角度看，以太这种光的媒介也正在朝东西方向运动。

当然在作出判断前一定要慎重。首先要搞清地球是否真的朝东西方向在以太中运行，以太自身会不会是吸附地球在运动呢？例如：假设春天是吸附地球运动的话，那么秋天一定是高于地球公转两倍的速度远离地球。假设春天和秋天都是在吸附地球运



在以太中运行的地球

动的话，以太这一媒介，将随地球一年公转一圈。

如果以太的速度(此时可以考虑速度的方向)同地球公转的速度一样，观测结果便会出现矛盾。这是因为布拉德雷在测定星星方向时，春天和秋天使望远镜朝相反的方向轻微有些偏斜，结果得知以太并没有随地球而运动。

地球除了公转外，还在朝东西方向自转。自转速度在赤道上是 1.36 马赫，在高纬度的情况下，自转的速度就更小了。可是，公转速度却高于 90 马赫(约 30km/s)，远远超过自转速度。东西方向的速度有时是公转速度和自转速度的和，有时是公转速度和自转速度的差。总之，它以很快的速度运动是可以确认的。

以这一思考为起点，美国物理学家米切尔森于 1881 年进行了自然科学史上值得大书特书的试验。这个试验是制作一个东西方向和南北方向相同长度的空间，让光线往返于它的中间，然后读出其所需的时间差。当然，用秒表等并不能测出时间，让一束光

向东西和南北方向分开，往返后再共同干扰上面两个方向。然后再从干扰波的活动状态上，正确读出所要的时间。用这个实验装置，如果东西和南北的距离有一点误差，马上会出现奇怪的结果。为此，它与排球、足球、篮球比赛的情况一样，每一局都要更换双方的场地，以求公平。这个实验也转动了 90°的角度，更换东西和南北方向，避免出现不公平，进行了相应的弥补。总之，米切尔森的实验从技术上看是十分值得信赖的。

那么实验的结果究竟怎样呢？还是没有确认出东西、南北所需的时间差。从光速、地球公转速度和实验装置的精度来看，并没有得出应当读出的所需时间差。

即，不管东西也好、南北也好，光都以同样的速度运动。

绝对论者的挣扎

这里我们再重复一次前面的话，如果光速度差的问题搞不清楚，对绝对论者来说，情况就不佳了。它等于承认不存在以太。

相反，“相对”这一概念不知为什么总让人感到缺少安全感，似乎总是悬挂在半空中。所以，对我们来说，很难顺利地接受“相对”这一概念。

在米切尔森进行实验以后，绝对论者还进行了最后的反击。他们的旗手是荷兰的物理学家罗伦兹。

罗伦兹在这次具有历史意义的实验后，作出了

如下的反驳：

“米切尔森的实验是正确的。尽管如此，还不能说光在地球表面用同等速度在东西和南北方向之间运行。米切尔森却认为光以同样的距离运行在东西和南北之间。他的做法是把装置放在南北方向，然后转动 90°，再放在东西方向，似乎两个方向的长度一样……。只能说他的想法是最一般的常识，总之，我不把以太看作是象一根绳子的怪物。

以太是一个非压缩性的固体。把它放在东西方向后，这个固体已经受到激烈的撞击，产生了变化。从而可以说放在东西方向会出现收缩，放在南北方向再开始伸展。

光往返于东西方向时，即使距离相等，所需的时间也长。可是到反射镜的距离却缩短了，这样阴差阳错，结果便没有出现东西和南北的时间差。”

真是一段无懈可击的反驳。提供的数据也对，主张自身也不相矛盾。那样，我们是否可以原封不动地接受他的论点，不必考虑宇宙间依然存在以太呢？

自然科学的立场

下面让我们再回到“自然科学是什么？”这个问题，重新认识一下。

自然科学只将实际测定的事实作为结论。东西走向的光实际是缓慢的或者说是收缩的。然而，罗伦兹的说法是光在收缩的同时，测量光的尺子也已经收缩了。那么让我们看一下：一个正方形放在水平面

上会出现什么情况呢?用地球公转的速度运动,虽然东西方向的收缩非常小,但假如我们眼睛的精确度非常准确的话,都能识别出其长度的微小差别。如果这个正方形放在东西方向变短,放在南北方向变长的话,可以认为罗伦兹的主张是正确的。

实际上进入我们眼里的光是被称为水晶体的透镜,刺激视觉神经。在有视觉神经(视网膜)的情况下,反映到眼里的应该是长方形的样子。组成视觉神经的分子和原子在东西方向是收缩的,因此,视觉神经不能将这个正方形看成长方形。

下面举一个例子也许会有助于我们的理解。假设一个人主张世界上任何东西每小时都以两倍的比例增大的话,那么人的身体、尺子、房子、地球、光速度、分子以及原子都在以每小时两倍的比例增大。对此,我们没有任何证据加以否定。即它自身没有任何内部矛盾,所有的东西都是一下子变大的,正如我们现在看见的那样。

如果同意这种说法,把A每小时按3倍比例增大称A定理,B每小时按4倍增大称B定理,C按5倍增大称C定理的说法也并不过分。对一个并没有膨胀的东西来说,其它东西增大的话,我们也称它为大。正如这里所说的A,B,C定理那样,即使其自身没有矛盾,但不能作为观测对象的东西,也不能成为自然科学研究的问题,这就是自然科学的立场。

难怪罗伦兹的主张乍一看实在有班门弄斧之感。尽管我们承认有以太,但如果顽固坚持米切尔森

的实验结果，是不会选择前面说到的 A 定理和 B 定理的。

不过，在电子论上取得巨大成绩的罗伦兹毕竟是第一流的物理学家。爱因斯坦的相对论发表之后，他撤回自己顽固的主张，站在帮助爱因斯坦的立场上，主动协助了爱因斯坦的研究，得到了人们的称赞。

那以后，根据爱因斯坦提出的相对论原理，物体向运动的方向收缩。人们把这种现象叫罗伦兹收缩。

量子论的波

这样一来，所谓的以太这种物质就完全失去了意义。

那么，以太是怎样提出来的呢？光作为波的媒介，被纳入了物理学的概念。所以，否定以太并不困难，但会不会违背设定它时的精神呢？物理学家自己否定自己的观点，不会被认为是一个没有节操的学者吗？

可是，在此期间，物理学出现了很大的进步，特别是量子论从根本上改变了人们对光的看法。

海波和音波等是古典的波，它需要媒介。然而光（后来，电子和其它素粒子流被称为物质波，和光的性质一样）与古典波有本质上的不同。它是通过绕射栅，反射到后面才出现的格子的样子。穿过绕射栅得出的结果，不会与古典波相同。在运动中，没人看见过它的样子，也不可能看见，因为它与普通的波完全

不同。

光即使在空间运行，在某一瞬间我们也不会知道哪里是山，哪里是谷。如果是海波或音波的话，场所 x 和时间 t 的函数将是：

$$y = \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

其中 T 表示周期，λ 表示波长，y 表示水面高度（海波）或空气密度（音波）。

知道它的函数公式后，便可以把它画成图表，但不能写成光波。在没有界面条件（例如反射面）的情况下，如果画成图表反倒觉得奇怪。在周期为 T，波长为 λ 时，用数学形式怎样表示呢？有一个好的方法是：

$$\psi = e^{i2\pi(t/T - x/\lambda)}$$

ψ 表示光波的量子论的性质。例如：画一个定数为 t，横轴为 x，竖轴为 ψ 的图表，恐怕对任何人来说都是很困难的。因为复数里含有虚数，所以无法描绘出来。

从数学的角度来看，光与普通的波截然不同。而且，若是这种量子论的波动，我们便没有必要考虑类似古典波的媒介了。

最初的光速度

记得有这样一首歌：

世上谁见过以太，

我没见过你也没见过，

但它能让以太颤抖，

光大摇大摆地穿过。

风让树叶颤抖，使人们知道它的存在。然而，以太自身的颤抖是任何人都看不见的。这样，以太便象物理史上某一个时期登场的幽灵一样而宣告终结了。

我们掌握的最终结论是，不论什么方向和怎样运动，光的速度是固定的。所谓的固定是指对观测的人而言。即 3×10^{10}cm/s。

在力学上，发出时的相对速度和接收时的相对速度不同。如果是波动，由于观测者对媒介的移动，其速度肯定不同。然而，光却不同于上面的两种情况。

速度是用所需时间除行进距离。因为光速度是人为（所谓的人为莫如说是根据自然界的实际情况而言）规定的，所以肯定要受距离和时间的限制。

过去人们一直认为人类在很长时间里，始终是伴随着与空间毫无关系的，从过去到未来永不停止的时间而生存的。然而，既然提出了光速度是固定的说法，过去的想法便要更新了。

最初空间与时间这两者之比，并不能诱导出速度这种物理量。自然界是以“最初有了固定的光速度”开始的。首先是拥有固定的光速度的时空间，这个时空间便是宇宙。我们在绝对不破坏光速度固定这一原则的情况下，附加上空间或时间的性质。这是因为我们的宇宙只有靠我们去认识。而且认识的基

本量就是光速度。

为此，一个怎样用力也不会收缩的金属棒，也许就会违背其规律，陷入不得不收缩的困境，我和你经过的时间也许不一样，这些并不是简单的推理，实际上世界上的东西就是这样。

光速度是能源的传播速度，是我们了解一切情报的最高的传播速度，不论我们发信、收信的情况如何，它的值是固定的。为此，我们必须放弃空间和时间的绝对性。

在本书的第二章从几何学的角度讲述了什么是四维空间。而且，在现实世界里，即从物理学的立场，采用了时间轴作为第四个维。其原因第六章将进行说明。即，从第二章四维空间的性质（几何学的四维）转移到第六章实际存在的四维（物理学的四维）。这个推移的主要依据是爱因斯坦的特殊相对论原理。

爱因斯坦1879年出生于德国南部的乌尔姆，毕业于苏黎世工业大学，其后一边在伯尔尼专利局当工程师，一边思考形成宇宙的空间和时间。终于在1905年以米切尔森的实验为线索，发表了狭义相对论。

下面我们很快会讲到，他的相对论是主张空间和时间的关系（或者可以说空间与时间的同等性）。而且展现在他眼前的是四维世界。但是狭义相对论并没有涉及到空间是否弯曲这一问题。

第七章试图从物理空间（即现实的宇宙）的观点

集中阐明第三章讲到的空间是否弯曲的问题。即，从第三章弯曲的空间（几何学的曲率）转移到第七章非欧几里得空间（物理学的曲率）。1915－1916 年发表的广义相对论阐明了这一点。

狭义相对论是以时间和空间构成宇宙这一观点为基础，广义相对论又加上了质量这一重要组织部分。因为有质量，空间才会产生弯曲，然后通过光速度扩散。

汽流或海市蜃楼使视线摇动，地震使大地摇动。然而，广义相对论提出的空间摇动，并不是这种光学或力学上的现象，实际是空间弯曲进行的传播。我们把它称作重力波。但是，即使从道理上承认有它的存在，但实际上也只是微小的存在，很难观测到它。

正象第七章阐述的那样，最近美国好象找到了重力波，这样一来，物理学意义上的空间弯曲，作为已被确定的事实，越来越得到人们的承认。

第六章　实际存在的四维空间

什么是长度

我们用望远镜观测了 A,B,C 三颗星星的位置，测定星星的远近远比确认方向容易出现误差。我们姑且假定已测定了这三颗星星的位置。因为我们集现代科学之精华，从星星的亮度及颜色等多方面进行了测定。我们假定三颗星星碰巧位于一个等边三角形的三个顶点。当然，我们也考虑到了星星的距离，总之，在宇宙空间中，三颗星星构成一个等边三角形。

这时的等边三角形是什么呢？这是地球上的人类在现有认识极限内所看到的等边三角形。

但是，我们假定三颗星星中最远的一颗距我们一百万光年，最近的一颗距我们一万光年。这样一来，尽管我们同时看到了三颗星星，并认为它们构成一个等边三角形。而实际上，这并不是现时的等边三角形，等边三角形是以前的事情。而且，一个是一百万年以前，一个是一万年以前，时间差距甚大。这还可以同等看待吗？

这不就象古生代的猛犸象出现在今天的闹市区

一样吗？我们难道不是在一万年后才确定一万年前的星星的位置，目前看到的一百万光年的星星是一百万年以前的状态吗？在将来，我们如果再观测这些星星的位置，也许就不是等边三角形了。因此，即使我们认为现在是等边三角形也是不准确的。

实际上，自然科学不是这样考虑问题的。所谓认识自然界就是直接观察自然界，电影和电视的画面最终不过是一个幻影，直接观察事物本身就是认知客体。现在看到的星星就是构成你的自然观的客体，认为一万光年前的星星应在一万年后再谈论的观点是把时间 和空间隔断的自然观。

我们现在看到的星星如果呈等边三角形，我们就叫它等边三角形。但是要判定是否真是等边三角形，那就要等待一万年乃至一百万年，在这期间，地球和星星恐怕都会移动位置。两者之间一旦产生相对速度，问题就复杂了。如果一颗一百光年的星星，不过一百年就无法做任何判断的话，那么我们的自然观就被限定在以地球为中心，半径为 70 至 80 光年的圆圈内(因为人的一生为 70 年至 80 年)。但自然观不应是这样的。对银河系、仙女座都在进行现时研究，而且，在自然的最基本点中还有不变的光速，时间和空间是光的构成因素。

这样一来，我们对“长度”这个极为常识性的物理量也要从根本上改变认识。说棒的长度，是指其两端 A 点和 B 点之间的距离。如果光速是无限大，可以认为 A,B 的长度是 A 点和 B 点间的距离，但是

光速是有限的。因此，所谓长度应该是：

“我们同时观测 A 点与 B 点时两点的间隔。”

在这个意义上，长度如果与时间无关，就无法定义。

如果这时棒是静止的，不会有什么问题。以前的棒和现在的棒看上去长度是一样的。但是，如果我们相对于棒运动(或是棒相对于我们运动)的话，这种运动就会对棒的长度产生影响。

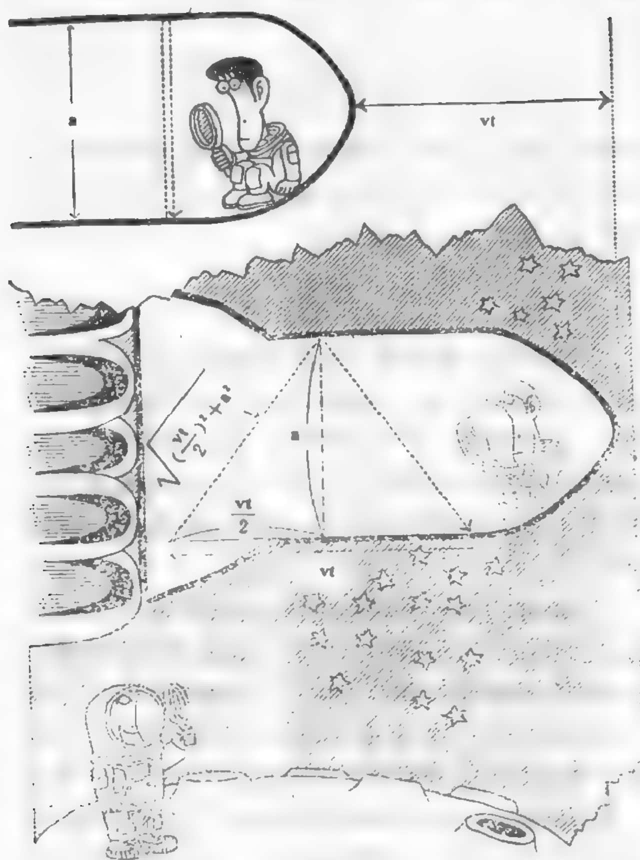
时滞的说明

这里，我们试想相对运动的两个人是怎样确认对方的位置的。假设在地球上静止的是太郎，乘坐火箭飞行的是次郎。假定火箭以匀速运动 v 飞行。因为，如果速度 v 发生变化，我们的解释就要复杂一些，因此把这个问题放到后面说明。我们假定 v 与光速 c 相比，其速度与光速相差不大。

我们从这艘火箭的地板向正上方打出一束光，再用天棚上的镜子反射回地板。这时测量从发光到光返回的时间，太郎用自己的表测出的时间值和次郎用自己的表测出的时间值是否一样呢？

不用说，对于两人来说，两人的表记录的时间都是准确的。

如果把火箭的天棚和地板之间的距离设为 a，对太郎来说所需要的时间是 $2a/c$。但是，对次郎来说，光线通过的道路是等腰三角形的两条边。假设太郎观测所需要的时间为 t，这个等腰三角形的底边



时滞的说明

长就是 vt，斜边用勾股定理演算，为

$$\sqrt{(vt/2)^2+a^2}$$

虽然光通过两个斜边，但太郎看到自己的表针只移动了

$$t=\frac{2\sqrt{(vt/2)^2+a^2}}{c}$$

我们要求的是这时(太郎的情况)所需要的时间 t。但是，由于这个式子的两边包括了 t，一旦两边乘 2，再整理 t 便成了这样的结果：

$$t=\frac{2a/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

即，太郎和次郎都观测了光从发射到到达地板这一情况。次郎的表显示的是 $2a/c$，而太郎的表显示的则是上面的数值，两个时间不同。同一事情的时间间隔次郎的短，而太郎的长。这并不是次郎感觉时间短，也不是太郎感觉时间长，而确实是次郎的时间短。

怎么会出现这种情况呢?首先，太郎所看到的光通过的道路比次郎看到的要长。这种情况用普通力学方法也可表现。乘坐火箭的人从地板向正上方放一个球，上升路程次郎看到的短。这样，球上升的速度在太郎和次郎看来是不相同的。对太郎来说，单是火箭行进这一点就给球的速度增加了新的因素，太郎看到的球速就比次郎看到的快。这恰好取消了道路的长度。普通力学中不会出现时间的差异。

但是，只限于光时就不是这样了。尽管太郎方面的光通过的道路长，但太郎看到的光速与次郎观测的光速却完全相同。结果，当然是太郎的时间缩短，

而次郎的时间加长了。由于从任何角度看，光速都是固定的，便产生了这样的结果。

由于我们能够认识的宇宙空间是一个光具有固定速度的宇宙，因此认为所有的人都经历相同的时间流逝是不正确的。

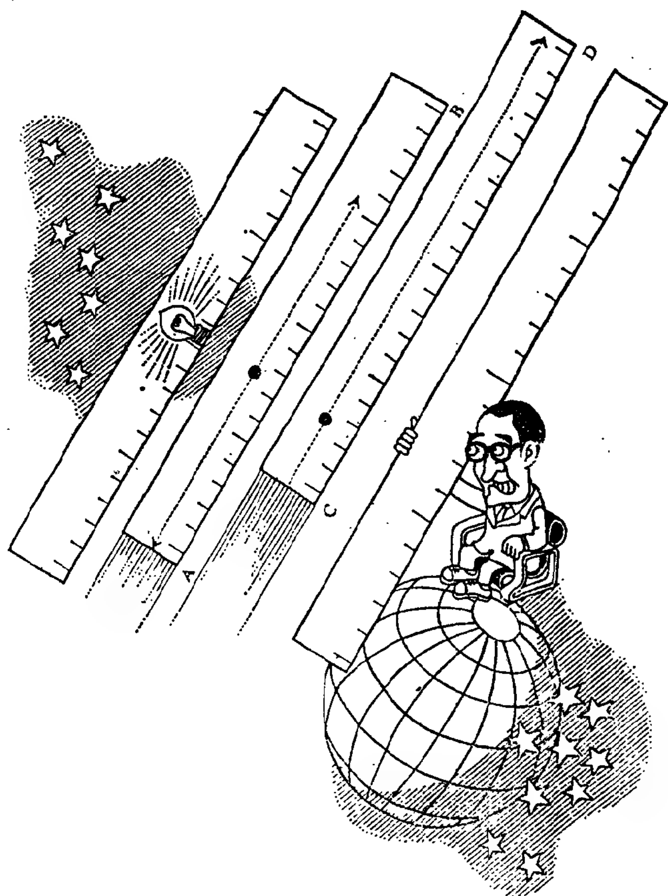
长度缩短的准确说明

我们知道了在飞行的火箭中比从地面上看到的时间行进慢。不是火箭也会有这种情况。总之，如果与光速相比不是那样慢的话，自己看到的对方的时间流逝与自己的时间流逝是不一样的。

时间不同，长度当然也不会一样。这是为什么呢？因为时间和长度合作，制造了固定不变的光速。我们对待时间和长度(即空间)，应是毫不偏袒的。认为时间虽然不同，但长度却不论是静止的还是运动着的，观测结果都是一样的这种看法是有失公正的。再重复一遍，不变的是光速，变化的是时间和长度。

现在，我们眼前有一把尺子。假设尺子的长度为l。现在，尺子以非常快的速度在你眼前经过，这时，尺子的长度就不是l了。为什么？我们可以这样考虑尺子的变短。

假设光正好从飞速前进的尺子正中央放出，我们在尺子的前端和后端捕捉光。光照射到前端和照射到后端的时间是否一样呢？如果有人跟随尺子运动，那么他与尺子是同时间的。对他来说，尺子是静止的，因此从中央发出的光以相同的速度向前后端



尺子缩短的说明

(对于静止的人来说,C 和 D 是同时间的。对与尺子一同运动的人来说,A 与 D 是同时间的。)

运动。

但是，在地面上静止的人看这把尺子是怎样的呢？某一瞬间，光从尺子中央发出，以同样的速度向前后端运动。但是，由于尺子是向前方移动的，光首先到达尺子的后端，然后才到达尺子前端。光到达尺子两端的时间出现了差异。因为尺子在光到达前端时，比光到达后端时的位置多少前进了一些。

现在，我们再想想什么叫长度？

“所谓长度，是指同一时间里两端的间隔。”

在地面上的人是以光从尺子中央发出到达尺子前端的时间为基础观测两端间隔的。但是，那时后端已经处于稍稍前进的位置上。即尺子缩短了那么一点点。

假设乘坐尺子的人看到的尺子长度为 l（这与地面上的人看静止在地面上的尺子当然是一样的）。地面上的人看以 v 速度前进的尺子时，假设其长度为 l'，计算结果为：

$$l'=l\sqrt{1-(v/c)^2}$$

前进的尺子正如上式那样，长度缩短了。这与以 v 速度行进的人看静止的尺子时，尺子缩短的长度是完全相同的。这种现象叫作罗伦兹收缩。

什么叫坐标变换

在普通的三维空间里，假设有一根棒，其一端为P，置于直角坐标系(x_1,y_1,z_1)，另一端为 $Q(x_2,y_2,z_2)$。那么，棒的长度的平方用勾股定理演算成为

$$(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2$$

将同一个棒置于其它坐标系(x',z',y')，为

$$(x'_2-x'_1)^2+(y'_2-y'_1)^2+(z'_2-z'_1)^2$$

仍然是棒的长度。其值应与上面一样。

这种从没有撇号的坐标系改为有撇号的坐标系的表现方法称为坐标变换。现在，通俗地讲，如同从右斜上方看改为从左斜下方看，不过是改变了观察棒的角度。看，不是平面地眺望，而是要准确测量其深度。无论用什么方法观测，一米的棒就是一米。

但是，坐标变换并非仅能用于变换观测角度。将静止的坐标系观测值改为从运动的坐标系取得观测值也是一种坐标变换。

现在，我们试想相对于坐标系(x,y,z)，(x',y',z')坐标系以等速度v向x的正方向运动，两者关系为

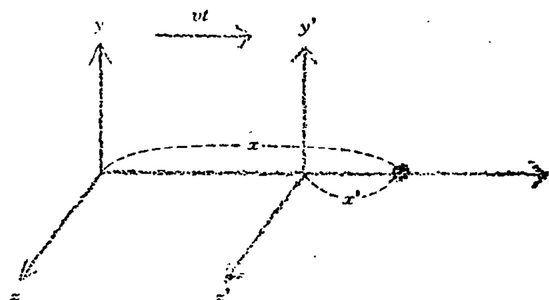
$$\begin{cases} x'=x-vt \\ y'=y \\ z'=z \end{cases}$$

带撇号的是从运动的坐标系上观测的数据。这时，棒的两端以1、2表示(这个棒是否运动无关紧要)为：

$$(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2=$$
$$(x'_2-x'_1)^2+(y'_2-y'_1)^2+(z'_2-z'_1)^2$$

有意的人可以拿铅笔计算一下。这种以等速度运动的体系间的坐标变换称为伽利略变换。

但是，一旦明白了光速是固定的这一无可争辩的事实，伽利略变换便遇到了麻烦。不论怎样，也是



伽利略变换

对方的长度缩短，时间变慢。如果以前面提到的罗伦兹收缩替换伽利略变换，则应是：

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

$$y'=y$$

$$z'=z$$

$$t'=\frac{t-vx/c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

由于未向 y 和 z 的方向快速运动，这两个变数没有变更。但 x 和 t 却进行了复杂的变换。

这个问题稍讲具体些，即静止的人观察某个事物是 (x,y,z,t)，而快速运动的人观察完全相同的事物却是 (x',y',z',t')。运动是相对的。不妨认为加撇号的一方是静止的，没有撇号的一方是以 v 向 x 的方向运动。

变换法则就这样变复杂了。这如果是这个世界的真实反映的话，就不能不承认它。问题是对这样的

变换，什么是不变量呢？

两件事物 P 和 Q，太郎认为是(x_1, y_1, z_1, t_1)和(x_2, y_2, z_2, t_2)，而次郎相信是(x'_1, y'_1, z'_1, t'_1)和(x'_2, y'_2, z'_2, t'_2)。如果光速是无限大，棒的长度则是不变量。但是，如果光速是有限的话，即使变换角度，那么不变量又是什么呢？

当我们任意改变罗伦兹变换的式子时，会发现这样一种关系：

$$(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2-c^2(t_2-t_1)^2=$$
$$(x'_2-x'_1)^2+(y'_2-y'_1)^2+(z'_2-z'_1)^2-c^2(t'_2-t'_1)^2$$

这个算式，无论坐标运动的速度 v 是多少都成立。如果只考虑长度(x_2-x_1)，随着坐标变换便完全改变了。而且，单是观察时间(t_2-t_1)，也难以保持其不变性。但是，若将这四项一起考虑，不论怎样变换，和都是固定的。

终于发现了四维

这就如同我们前面埋下的伏笔，四个成分自乘的和固定不变的空间是四维空间。我们终于找到了它。

四条直交轴是 x，y，z 和 ict。c 是光速，t 是时间，i 是自乘后成为-1 这个数。数学中叫作虚数。尽管出现这样一个非常奇怪的虚数，但无论怎样，ict 是第四维。

那么，为什么第四维的轴是 ict 呢？为什么不能是 t 呢？当然不行。假设四维空间是下面这个式子：

$$X^2+Y^2+Z^2+U^2=(X')^2+(Y')^2+(Z')^2+(U')^2$$

把这个式子与前面的式子比较一下，就会明白为什么 U 必须是 ict。如果没有 i，C^2 的前面就不会有减号。

以 x，y，z 分别为长、宽、高时，ict 是哪个方向呢？即使把眼睛瞪得像盘子一样大也不会找到。

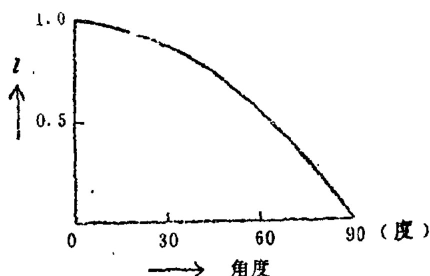
当解二次方程式，解为虚根时，抛物线与 x 轴不相交。与 x 轴相交的点是方程式的解，但这时只会相交于虚点。这是眼睛所无法看到的。与此相同，单是基于三维空间的思考(换句话说，单从几何学的概念出发)，是不会发现第四维的。

也许读者中有人会认为刻意寻找第四维不过是欺人之谈。对于单单把空间想象为四维的人也许是欺人之谈。

但是，我们在认识自然界时，单是空间的概念是不完全的。稍微极端一点说，我们看到的是空间和时间两个方面。使我们知觉的是空间和时间的交织混合。

尽管这样，大概许多人仍对虚数 i 怀有不安。其实，我们在探讨问题时，是经常把 -1 作为问题来探讨的。但将此作为坐标轴考虑，就陷入了必须将 -1 开平方的困境。

其实，将四维世界描绘成图表时，一般是省略 i，使用 ct 轴。以 x，y，z 和 ct 直线相交形成的四维空间是德国学者赫尔曼·明科夫斯基提出的，称为明科夫斯基空间。全部物理学(总的讲所有自然现象)



棒的倾斜和投影的关系

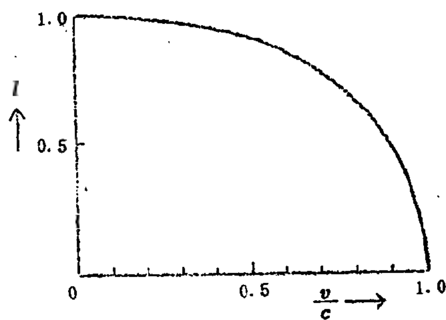
都应能用明科夫斯基空间解释。只是如果没有物体运动速度极快这一条件，使用伽利略变换就完全足够了。这时使用普通的三维空间，时间被作为与空间无关的因素，从过去流向未来。

实实在在的第四维

我们设定在空间的三维之外，再加上时间轴 ct 成为四维空间。由于这个轴的单位是在 t 上加上 c，所以轴以长度表示，这就成为同其他之轴相同的物理量。

这时读者会想，不是只在 x，y，z 上加上时间吗？明科夫斯基空间不过是人为炮制出来的，是观念的产物。只是因为这个世界上有时间这个无限延续的东西，才硬塞进去的。

的确，立方体从任何角度看都是立方体。不会从某一个角度看就变为超立方体。但是，如果我们把这看作是由于存在于垂直于四维空间的时间轴会怎样呢？



棒的速度和长度的关系

假设二维的人观察一根棒，如果棒在一个平面内，棒的长度就可如实观测到。但是，棒进入三维空间，即棒和二维平面的角度逐渐变大，二维的人看到的棒的长度就会逐渐变短。因为他只看到棒的投影。把这个角度和二维的人看到的棒的长度的关系用图表表示。

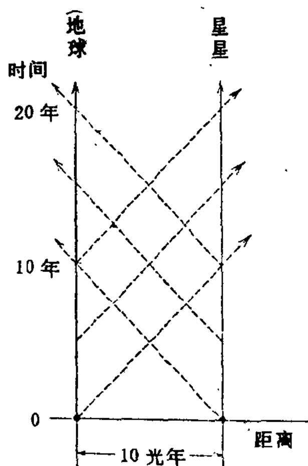
棒如果垂直的话，长度为零。

在三维空间中，将棒倾斜是在 $x^2+y^2+z^2$ 这一不变量中缩小 x，放大 z。以同样的考虑，在四维时空的不变量 $x^2+y^2+z^2-(ct)^2$ 中，缩小 x 会怎么样呢？这与前面看到的一样，相当于使棒以极快速度向 x 方向运动。这时，如同从罗伦兹变换的公式所看到的一样，第四项 $-(ct)^2$ 也发生了变化，而四项之和保持不变。

把以上的现象变为在四维世界的操作，让棒快速运动，这与沿着第四轴使棒倾斜是同一结果。总

之，这样一来，棒缩短了。

不论是多坚硬的金属棒，也不管是放进多么有力的压缩机也不变形的固体，只要使其高速运动就会变短。怎样解释这一现象呢？x 变小，$-(ct)^2$ 变化这一现象，用棒逐渐进入四维空间这一解释是最自然的。因为棒的两端开始向第四维的时间轴方向倾斜。



时空坐标上的星星

棒越接近光速，相对于三维空间越接近于垂直状态。把这个速度和我们看到的长度做成图表为上图。图中横轴的 0.5 表示棒以二分之一光速在运动。这时，长度为静止情况下的 0.866 倍。

光 圆 锥

图表是在两个变量中有某种关系时，为使其能够用视觉看到而使用的。即使两者的关系为 $x^2+y^2=a^2$，没有学过解析几何的人也许仍然不懂，而画一个半径为 a 的圆，要比这样一个数学式容易理解得多。而且，$y=ax+b$ 是直线，$y=ax^2$ 是抛物线。

上述例子，横轴、竖轴都是取空间的距离。但是要图表的横轴和纵轴中加入什么样的物理量是制表人的自由。横轴为时间 t，纵轴为距离 x 的话，就非常清楚地了解了物体运动的情况。在编制列车运行图时，经常使用这种图表。

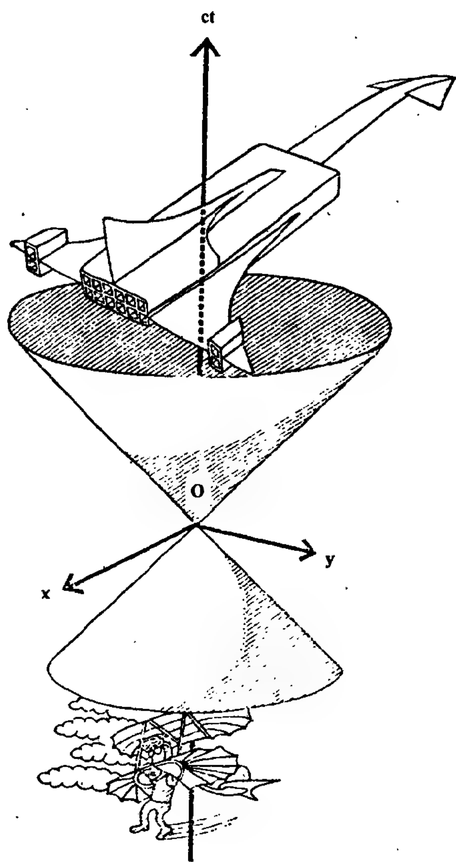
在相对论中，罗伦兹收缩出现了问题。而且，基本粒子论是研究随着时间的变化，粒子间的相互作用，所以要使用时空坐标。这时，我们通常以纵轴作为时间轴，这样，下为过去，上为未来。

而且，象相对论那样需要量的准确性时，纵轴为 ct。以纵轴的 1 厘米作为 1 年的话，横轴 1 厘米应该相当于 1 光年。以这样的尺寸画图表，光肯定向 45 度的方向运动。

前面的图表以时空坐标显示了地球和距地球 10 光年的星球的关系。由于双方都是静止的（这里忽视地球的公转，而且没有距地球 10 光年的恒星，只是假设），随着时间的推移，平行向上。以虚线显示的是光。双方只能看到对方 10 年前的情形，用图表显示立刻就可以明白。

这种时空中的一点显示了前面详细描述的情况。如果有从地球飞出的火箭，因其不是匀速飞行，时间和空间都是曲线。在这里，我将时空图表中的曲线称为世界线。

空间不仅是 x 方向，还有 y 方向和 z 方向。但是，不能画三根相互直交垂直于 t 轴的轴。因此，不画 z 轴，只画 x 和 y。这就成为下面的立体图。



光圆锥

现在，以 O 点这一事物（不是位置）为中心考虑。从这一事物中射出的光与时间共同向 x 方向和 y 方向扩散，扩展到上方的圆锥形。而且，这个事物接受的光从下方（过去）向圆锥形缩窄，集中于事物

的时空点O。这样，作为光经过明科夫斯基空间中的锥面称为光圆锥。圆锥面的上部内侧为点O的未来，下部内侧为事物O的过去。

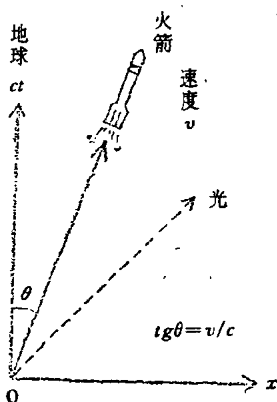
但是，面的外侧即使是在上方，也不能说是未来。后面还要详细说明这个光圆锥的作用。光不停留的面的外侧与事物O没有任何因果关系。因此不能将其称为未来或过去。

坐标快速运动

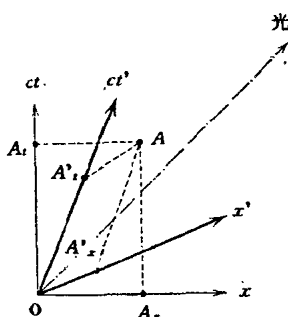
该图显示的是地球与其它星球之间没有相对速度时的情形。但是，地球和以极快的匀速飞行的火箭之间的关系用图表显示是怎样的呢？现在，以火箭飞行的方向为 x 轴，其方向为正。这样，火箭的世界线就如同上图描绘的，向右上方倾斜。

光向右上方倾斜为45度，火箭当然比光慢，走同样的距离，需要更多的时间。因此，世界线直立起来。如果只有光速向正上方前进，那么水平右侧就只有 u 运动。这样，图中的 θ 角度也就清楚了。

因此，如果想制作固定于火箭（与火箭共同运动）的坐标系，时间轴用图来显示可用联结原点O



火箭的世界线



火箭系的斜交坐标

和火箭图形的向右上方的直线。火箭里的人相对于这个坐标系没有运动。这个人沿着 ct' 轴与火箭同速向右上方运动。因此，相对于火箭系的坐标没有动。

在普通的力学图表中，这就结束了。停止的物体直线向上，向 x 正方向运动的物体，在图表中便可画成向左上方倾斜。

但是，根据我们一直论述的理论，光速是不变的。象火箭那样快速运动的物体不仅时间连空间也发生了变化。即，由于时间和空间是同等的，随着时间轴的倾斜，火箭系的空间也必须倾斜。

要制作一个罗伦兹变换的式子能够成立的图表，时间轴和空间轴相对于光运动的方向 45 度必须是对称的。ct 轴向右倾斜时，x 轴向右上方。为什么呢？基于光速不变的原则，必须是一年正好是一光年。斜角当然是$\angle xOx' = \angle (ct')O(ct)$。这样，地球系就成为直角坐标，火箭系成为斜交坐标。例如，A这一事物在地球系中，被观测为($AxAt$)，在火箭系中被观测为($A'xA't$)。而且火箭越快，ct' 轴和 x' 轴越接近，达到极限的光速，两个轴就重合了。但是，火箭飞行速度越快，质量越大，要达到光速需要无限大

的推动力，因此是不可能实现的。

我们的问题现在讲得复杂一些。在斜交轴上，刻度必须变大。直交轴上如果以一厘米表示一年，那么斜交轴一年必须以 $\sqrt{1+(v/c)^2}/\sqrt{1-(v/c)^2}$ 厘米表示。

在名古屋和静冈吃饭

前面讲到了坐标变换。例如，将直交坐标变为别的直交坐标(x',y',z')叫作坐标的旋转。即，同一事物要变换视点来看。坐标旋转时，无论从哪个立场看，各成分自乘后的和都不改变。

前面那幅图的斜交坐标即为坐标变换的一种。坐标旋转的意义在于，从在地球上观测改为乘坐火箭观测。图中的A就是一个事物。由于这是一个客观事实，观测人的角度无论怎样变化，这个时空中的点不变。那么，在O这个时空点上的人与事物A的关系是怎样的呢？

从地球上静止的人的立场看(即不加撇号的直角坐标)，A只离开距离$\overline{OA_x}$，关于时间只有$\overline{OA_t}$是未来的事物。

但是，即便是在同一时空点O点的人，如果乘坐速度v的火箭，其立场就改变了。对于他来说，A位于只离开$\overline{OA'_x}$的距离，$\overline{OA'_t}$是未来事物。

即便在同一时空点，看同一事件，其距离和时间也是不同的。这的确是常识之外的事情。但这是真实的。常识性思维不过是近似性思维。

假定一颗恒星距地球一百万光年，这个一百万光年的距离是从地球上的人和恒星上的生物的角度表示的距离。现在假设高速飞向这个恒星的火箭掠过地球附近，火箭中的人距离恒星绝不是一万光年，可以是五十万光年，也可以是一万光年。如果火箭速度更快的话，也可以是一光年(这就是罗伦兹收缩)。这样，长度和距离就不是固定不变的，而是随着观测它们的立场的变化而变化。

现在举个日常生活的例子说明。太郎和次郎乘新干线去大阪。太郎肚子饿了去餐车吃饭。一会儿，次郎也来到餐车吃三明治。

太郎问："在哪儿吃的饭?"次郎回答："柜台前空着，我就在那儿吃的。"太郎说："你和我是在一个地方吃的。"

这时太郎说的同一场所是正确的。但是，这只适用于在列车中的人。列车外面的人看太郎吃饭的地方是静冈，次郎吃三明治的地方是名古屋，决不是同一场所。见下图。

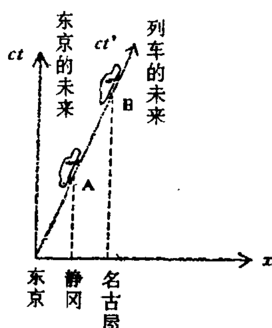
事物 A 和 B 在直角系中是不同的场所，在斜交系中是同一场所。即立场不同，对于位置的概念就不同。

"同时"并非同时

对于时间的概念同样也因立场不同而不同。新干线列车的速度根本达不到使时间轴或距离轴倾斜的程度。而且，如果时间轴是下图这样，距离轴自然

就是这样的。

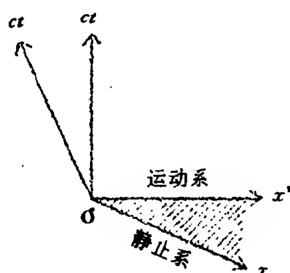
同时这一概念在静止系和运动系中也不相同。要论述这一问题，需要有和光速不相上下的速度，这从常识上难以想象。现在改为列车来考虑。



立场不同，“位置”不同

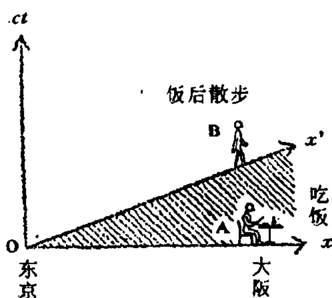
A 是大阪的叔叔正在吃饭，B 是饭后散步。图表的原点 O 是东京。在东京没乘坐列车的人（即静止的人）与在大阪吃饭的叔叔是同时。而在东京乘坐列车的人则和在大阪饭后散步的叔叔同时。这使人感到是在骗人，而时间却正是具有这种性质。

如同立场不同，同一场所的意思不同一样，由于立场不同，“同时”所表示的概念也不同。认为我和你，近处的人和远处的人都在同一个时刻里向未来前进是错误的。所谓时间，并非顽固得完全不能通融。



“同时”在静止系与运动系中不同

图中以斜线遮盖部分的时空点对于在



地面运动，列车静止的情况

东京静止的人来说是未来，对于在列车内的人却是过去。在这个意义上，未来和过去也不是绝对的了。

列车内和列车外的人关系应完全是相对的。即使认为列车是静止的，车外的人都在运动也无妨。尽管如此，为什么静止系是直角坐标，而列车系是斜交坐标？

其实，即使将列车系作为直角坐标也没关系。这时，静止系如图这样，是向外开的斜交坐标。因为静止系对于列车是向 x 的反方向运动便成为这样。对应方的坐标是向里缩窄还是向外展开，要看哪一方是向 x 的正方向运动。

在图的斜线部分原封不动成为图的斜线部分。对于静止系来说仍是未来，对列车系来说仍是过去。

因　果　律

人被母亲生出，经过幼年、少年、青年，最后成为老人死去。这个过程是绝不会逆行的。点着火，物体才会燃烧，有生才会有死。

如果把电影胶片倒放，火逐渐变小，最后出现了纸，死去的人也会复生。但这到底是人为制造的。真

实的事物是我们用眼睛直接看到的。眼睛接受从那里发出的光，从而认识自然界，认识事物。

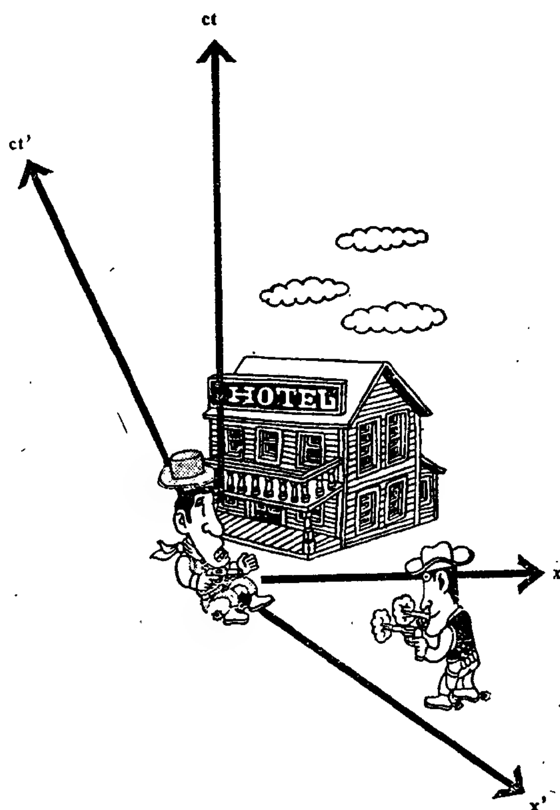
自然界的结果中有原因，原因引起结果。连接这个过程的是因果律。使因果律颠倒的事情是没有的。如果真有死人死而复生，老人成为青年、成为儿童的事情就糟了。

原因和结果的关系随着时间的推移而发生。原因必须是过去，结果必须是原因的未来。但是，我们论述过，在空间图表中，过去和未来未必是明确的。

请看下图。原点是一个男人中弹就要倒下。x 轴和 x' 轴之间有另一个男人开枪，开枪是原因，男人倒下是结果是不言而喻的。

这是两个时空点的时间关系，从 x 轴（运动系）看，因果关系是正确的。即射击和中弹倒下是从过去向未来发展。但是，如果从 x' 轴是（静止系）看，中弹倒下的一方比射击的人要早。即原因和结果是逆时间的。会有这样的事情吗？在四维世界中，这种事情会发生吗？

现在提出的问题是四维世界中的问题。在这个时空中，因果律是否成立是极为重要的。如果不成立，我们的思维方式必须做大的改变。如果改变立场，老人就会成为年轻人，因火灾烧毁的房屋就会恢复原状，失去的恋情大概也会复回，不会都是这样的好事。要是往坏处说，也许会被重新置于战时战后艰难的岁月中，不到 20 多岁的人都要消失了，或者是现在的自己消失了，却在 5 年前的恶性交通事故中



枪击事件的因果关系

重返这个世界。总之，是无稽之谈。

但是，无论怎样考虑四维世界，光速是有限的，也不会打乱因果律。图表错了。

原点和开枪的时空点之间无论用什么方法也没有关联。这是因为即使用最快的光从原点出发也是

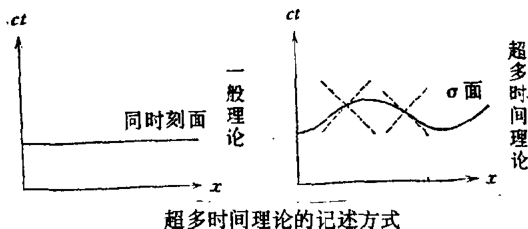
向右上方 45°，而且，从手枪的时空点向 x 轴的反方向运动的光向左上方 45°。因此，这个光没有停留在位于原点上的对方的时空点上。更何况手枪子弹是在图表上画出的更直立的世界线上方飞过，不会到达对方。

请再看一看上图。对于 O 点这个时空点来说，上侧的圆锥面内侧的确是未来。对于这里面的时空点，从 O 点可以得到一些信息或作用。对于锥面极限的时空点可以投射光。如果是更内侧的点，也只是发射子弹或传出声音而已。也许手可以够到。下侧的圆锥面内侧的时空点可以成为 O 点的原因。完全可以预料在这里发生的情况会影响到 O 点。只是在锥面里面，因果律成立，必然是原因在先，结果在后。

但是，锥面的外部和 O 点不会有任何关联，没有关联的地方自然也不会有因果关系。尽管图的上方是未来，下方是过去，但如果是锥面的外部，就只是语言问题了。说下方是过去没有关系，但是这个“过去”不能成为 O 点的原因。因此，就有了将锥面内部称为时间领域，外部称为空间领域的四维明科夫斯基空间的考虑。

超多时间理论

以上论述的理论是 1905 年发表的爱因斯坦的狭义相对论中关于空间和时间认识的梗概。所谓狭义相对论是“主张时间和空间并不是毫无联系”。其次，质量随着速度增大，能量和质量相互转换等也都



超多时间理论的记述方式

是狭义相对论的主张。

物理学研究一方面是面向宇宙这一巨大的空间，另一方面以电子、正电子、中子这些极小的粒子为对象。相对论也并不是仅适用于宇宙空间的研究，也要以微观世界为研究对象。

如果用量子论来考察光，光被处理成能量的微粒（这里被称为光子），光子从位于原子中的电子放出。相反，物质是吸收光的，这被认为是电子吞食了光。这种现象被称为电子和光子的相互作用。其结构的解开是基本粒子论最重要的研究课题之一。

基本粒子的世界可以是非常小的世界，在与光发生联系，或用回旋加速器加速的基本粒子以高速运动时，就必须要用相对论来考察。

战前的这类研究即使设定了明科夫斯基空间，也是在时间轴的垂直断面中决定方程式。即，量子力学的基础方程式没有成为与相对论相称的形式。在这里，在对两个不同点的记述方式中，用了同一的时间 t。但是，即使两点间的距离非常小，用同样的 t 也不会得出正确结果。于是，在记述大量的粒子时，不仅位置要不同，还要考虑到时间的不同。以 $(x_1, y_1,$

$z_1, t_1)(x_2, y_2, z_2, t_2)$的方式表达。由于以大量时间作为研究对象，被称为多时间理论。英国物理学家狄拉克等推进了这项研究。

虽然叫基本粒子，但与力学中讲的“粒”完全不同。虽然叫光子，却与波浪起伏一样，基本粒子也是空间的特殊状态。从这个意义上讲，基本粒子论本来就与空间研究相联系。

那么，就如同将时间分别分配给几个粒子，将不同的时间放入连续的空间。即，将成为量子力学基础的式子置于明科夫斯基空间中，这不是时间轴上的垂直断面，将其定义为弯曲的断面。由于在这里使用了大量连续时间，所以称为超多时间理论。

朝永博士的这一理论，归根结底是以相对论为依据，将场的理论总结起来的。时空中弯曲的空间中，基本粒子相互作用。这个空间称之为 σ。但是，σ 面中的点必须相互成为空间领域。

这样，就允许以方程式的形式向时间轴的纵深方向发展。以此为基础，基本粒子论的研究巧妙地将各式各样无限大的量进行了整理，即向依次理论发展。

第七章　非欧几里得空间

什么是质量

这里有一块铁，它具有各种物理性质。从它的体积、硬度、光泽、导电导热程度和容易产生磁性来看，都是固体论研究的重要性质。

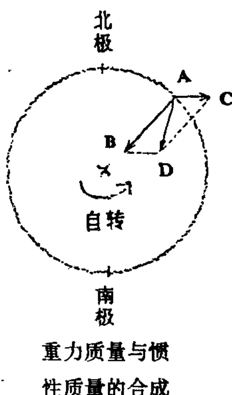
除此之外，还有一个最基本的性质——质量。物理教材中通常给质量下这样一个定义：质量是一个常量，不因高度或纬度而改变。

假设在一块铁的周围放一个其它的质量（如地球），那么它们之间便会产生相互吸引力。牛顿称之为万有引力，并认为产生这种力的原因是它的惰性质量。然而，我们必须要证明这一状态。因为难加速和相互吸引并非同一原因引起。

乘电车时，如果车突然加速，车上的物体会向后倾斜，不稳定的物体也许会倒下去。这时作用于物体的力与质量是成比例的。你即使尽力不想动，也会硬把你向后拉。我们称这是惰性性质的质量。

我们再假设电车的后面有一个非常大的质量块，可以认为电车直立在地面上，这时车内的物体也会被向后（实际上是向下）拉。在这种情况下，我们能

够测出根据相互吸引的性质定义的质量。一般来说惯性质量越大，向后的拉力越强。我们把惰性质量称为惯性质量，把万有引力引起的质量称为重力质量。那么这两种质量相同吗？



重力质量与惯性质量的合成

要验证这一点，最好先测出作用于地球上的物体的力的方向。地球表面的物体，由于万有引力的作用，被向地球的重心方面吸引，离心力把物体向与地轴相反的方向拉。万有引力产生于重力质量，离心力产生于惯性质量。

如图所示，我们把物体拿到 A 点，在这种情况下，如果万有引力$\overrightarrow{AB}$与离心力$\overrightarrow{AC}$成比例的话，不管是什么物体，合力的方向都应是$\overrightarrow{AD}$。反过来说，如果两个物体的惯性质量相同，但其重力质量不同的话，那么把两个物体系在线上垂下去，你会发现线的下垂方向多少有些不同。对此，奥德维修曾做了精密的实验，以 10^{-8}的精度证明了两者的比例关系。如果能这样精确地测定物体质量的话，可以认为两者是成比例的。既然物体具有惯性质量这一性质，就不必去考虑它还会具有与此完全不同的另一种质量，即重力质量。

重力场的猜想

乘电梯时，当电梯突然下降时，你会感觉身体的重量几乎全部失去，这究竟是什么原因呢？从理论上讲有以下两种情况：

1．切断绳索，电梯以重力加速度 g（$=980\text{cm/s}^2$）的速度开始下降。

2．地球突然消失。

总之，第二种设想比较离奇。因为如果地球消失了，也就失去了万有引力，身体在电梯里便会出现失重状态。问题是能否区别出在两者之间，哪一种原因导致失重状态。1 和 2 同样都可以使身体浮起。

同样，在电梯中体重骤然增加也有两种原因。电梯开始向上加速和地球的质量急速增加。电梯向上加速与惯性质量成正比，体重增加。地球质量变大时与重力质量成正比，体重也增加。然而，由于目前尚不能区别这两者的质量，也就无法搞清体重增加的原因。谁也不能说惯性产生的力是甜的，重力产生的力是辣的，区别那些没有区别根据的物体不是自然科学的范畴。

根据上述推理，我们必须同等对待加速系和重力系，自然科学希望尽可能从统一的立场加以解释。

也许有人会认为是火箭在加速还是旁边有一个质量很大的物体，只要打开窗户往外一看便可一目了然。如果看到地球急速飞向远方，便可以确定是火箭在加速。那么，为什么一定要以地球为基准，如果

以其它物体为基准，加速程度会改变吗？

爱因斯坦在1916年发表了广义相对论。其基本思想是试图以重力场解释万有引力和惯性力。

所谓“场”指处于特殊状态的空间。如果这个空间有电荷，那么作用于电荷的空间便具有电场和磁量，如果作用于电场和磁量的空间具有磁场和质量，那么作用于它的空间便是重力场。地球表面既是重力场也是磁场。

爱因斯坦认为电磁力、引力、惯性力等作用于物体的现象全部取决于空间的状态。就万有引力而言，应考虑哪里有产生其质量的原因。但就惯性力而言，在任何地方都找不出产生这种力的原因。于是，爱因斯坦为了统一论述这两者，否定了考虑力的来源的做法。

相对论认为向下的力作用于地上的物体。这种现象不是地球对物体产生的力，而是地球周围的空间在变化。在地球和太阳附近，有一个扭曲的时空间。

众所周知，与质量 m 成比例的 mg 的力作用于地上的物体。在其自由下落的时候，不断以加速度 g 增加速度。然而，根据广义相对论的想法，只有具有 980 cm/s^2 值的重力加速度 g，才是从地球周围的空间产生的值，不涉及地球本身的力。地球周围首先具有 g 这种重力场，它与质量 m 的物体相互作用，产生 mg 这种力。

重力场的实证

也许有人会提出这样的反论，将爱因斯坦的重力场理论与牛顿的运动法则进行比较，对物体的解释还是有些不同。另外，也许有人会指责，即使时空倾斜在太阳的附近，从数学上看，也是一个合情合理的形式，只是大脑的产物。

牛顿认为时间和空间都是绝对的，只有遵循牛顿方程式的运动才是真实的。对此，爱因斯坦认为物体运动，其必要的环境应是时空间。时空间是连接物体运动不可分的连续物理量。宇宙空间有天体，天体运行时，与此相关的时空间连续体也在变形。

下面让我们看一下太阳周围行星的运动。行星进行椭圆运动，因此，属于加速系。

根据牛顿定律，行星的运动可以通过初期条件（最初的速度和位置）和瞬间的力来决定。根据重力场的理论，作用于你所注意的行星的重力场，不仅与太阳这个行星到其它行星的距离有关，而且与它们的速度也有关。另外，作用于某一时刻 t 的重力场依存于太阳及其它行星的过去时刻 $t'=t-r_i/c$（r_i 是指定行星到其它天体的距离）。这是因为重力场的作用也是一种信号，这一信号通过光进行传播。

考虑到上述情况，可以看出爱因斯坦公式与牛顿公式多少有一些差异。在行星中，离太阳最近，而且环绕扁平椭圆轨道运行的水星的这种差异最明显。水星的近日点（离太阳最近点）一个世纪只偏离

43 秒，这是用一般相对论加以说明的最初例子。

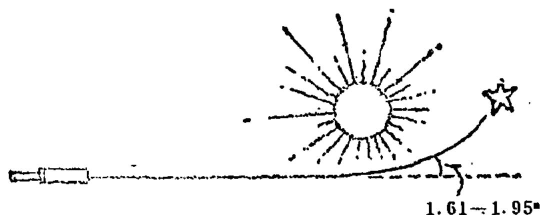
光为什么是弯曲的

从狭义相对论来看，光是以固定速度向同一方向运行的。它只限于观测者处于静止状态或匀速度运动时而言。如果观测者以加速度运动的话，情况就截然不同了。

从火箭窗口进来的光，如果与火箭是等速度的话，它会垂直横切火箭内。但是，如果火箭逐渐加速，光也许就会弯曲到火箭的后方。

前面我们已经讲过加速系和重力系是相同的，光也不例外。即使在火箭的后面有一个巨大的质量，光在后面也一定会弯曲。不论上述哪种情况，火箭内的物体都向后倾斜。当然，光也不例外。火箭内会产生重力场。由于重力场的原因，里面的一切物质都会被推向后方。即，火箭内的空间弯曲了。

这不是单凭想象能解决的问题。事实上，在光横切在大于地球 30 万倍以上质量的太阳附近时，会出



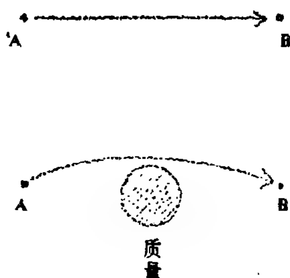
太阳质量产生的光的弯曲

现什么情况呢？

英国天文学家阿萨·斯坦利·埃丁顿考虑利用日全食测定来自星球上的光的弯曲度。他在1919年，组织了探险队，到非洲验证重力光线的弯曲度。那是一个非常艰难的实验，误差也相当大，后来又经过多次的测定，变换角度，终于得出弯曲度在1.61—1.95秒的范围内。

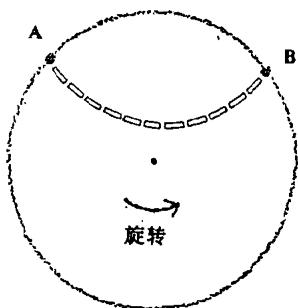
这里我们再看一下光的弯曲度是怎样的一种情况。在下面的插图中，要测定A点与B点的距离，只要一把尺子便可以解决问题。如果两点的距离非常远，用已知速度的物体从A点到B点运动所需的时间，便可以得出其距离。当然最理想的物质莫过于光了。

假设空间不存在重力，那么光从A点到B点是直线运行的。这时，空间为欧几里得式。然而我们设想在现实宇宙中运行着众多的天体，在AB间存在重力，于是光便象天文学家测定的那样弯曲运行。也就是说光从A点到B点所需时间受重力左右。这时，如果正确计算出重力的影响，补正所需时间，也就可以求出AB间的距离。实际上，站在这一立场考虑空间时（即，光并非情



测量A与B之间的距离

愿被弯曲时），我们仍按欧几里得方式认识空间。



旋转圆板上 AB 的最短距离

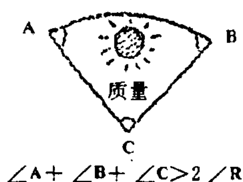
但是，正如前面我们讲到的那样，光是我们观测自然界最基本的手段。首先有光，然后从属于光再形成空间和时间。如果那样，能不能认为排除作用于光的重力影响，也就应该排除补正时间等情况。当然，这种情况下的空间是非欧几里得式的，人们认为即使牺牲欧几里得空间性也不能出现使光弯曲的情况。

天体在运动，在正确认识受重力影响速度减缓时，更要强调这一情况。另外，即使在 AB 间运行的不是光，而是普通的物体，受重力的影响也是相同的。爱因斯坦主张，假如考虑非欧几里得空间（正确地说是非欧几里得时空间），即使不进行各种补正也可以进行研究。只有这个非欧几里得空间才是现在真正的状态。因此，假如直线发射的光，绕来绕去又绕回到自己的后面的话，那么宇宙空间只能解释为非欧几里得式的。

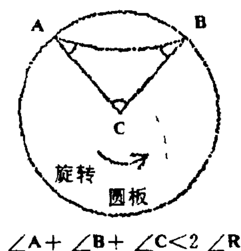
重力为什么能推迟时间

我们知道光由于太阳这一巨大的质量而被弯曲了。换句话说，太阳附近的空间被弯曲了。下面在室

内举一个类似的例子。与列车内的光一样，实际上，光线都是不可测定的。



∠A+∠B+∠C>2∠R



∠A+∠B+∠C<2∠R

二个三角形的内角和

我们假设有一个像旋转舞台一样的圆板，让它沿着中心轴旋转。这时站在圆板上的人由于离心力的作用，会感觉到自己的身体被向圆板的边缘方向吸引。这种情况正好与在中心有一个很大质量的情况相反。虽然方向相反，但重力、惯性力仍是力的情况并没变。

把一根棒沿旋转方向放置在旋转板上，转动板面，你会觉得离中心近时棍棒显得长，越往边上感觉越短。因为离中心越远，旋转的速度越大，只这一点就大大接受了罗伦兹收缩。

现在在旋转板上放置很多同样长度的棒，在圆板上指定两点 A，B，把棒依次排列到把 AB 连接起来为止，棒的数量最好减少到最低限度，那么，怎样摆放好呢？

毫无疑问一根棒接触 A 点，另一根棒接触 B 点是最好的方法。那么 A 与 B 的中央部分怎样摆呢？

棒摆放在靠近圆板的中央部是最佳方案。经过反复试验，终于得出在 A 与 B 之间将棒排成一个向

中央部弯曲的弧形是最经济的方法。即，所谓的A、B间最短距离就是一条朝旋转的中心方向弯曲的曲线。

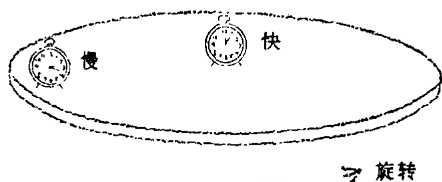
光总是通过光学上最短的距离。于是，A、B间行走的光线如上图所示，应是一条弧线。在太阳旁边，如果朝太阳的中心有一个巨大的重力时，光向外弯曲，如果朝太阳的外侧有一个离心力，光向内弯曲。于是，这些曲线实际上便成为连接两点的最短距离，我们把它看作是非欧几里得空间的直线。

如果把上面的弧线看成直线，再设定另外两条直线，可以得知围绕太阳的三角形的内角和大于两个直角；在旋转板上制作的三角形的内角和小于两个直角。

现在在旋转板的中心和边缘处各放一块表，结果在中心部和边缘部的情况截然不同。越接近边缘处，受罗伦兹(时间)收缩的影响表走得越慢，惯性力越大，重力作用越大，表显示的时间也越慢。

圆板上棒的收缩只是想象中的实验，但时间推迟的现象已进入实际实验阶段。1958年，德国物理学家穆斯鲍尔利用带放射性的结晶体的原子核，发明了能够非常准确地记录时间的原子表。从原子质量数为57的铁中产生的伽马射线的振动数为$3\times10^{18}/s$左右。如果把它作为原子表使用，时间会出现$10^{-11}s$程度的偏差。这样一来，实际上也就知道了旋转板的边缘和中心时间的差异。

人们认为在地球上，重力的加速度为g，但实际



旋转板上的二块表

上 g 的值并不固定，如果上升的话就会远离地球的中心减少重力。

在高度为 20 米的塔上检查原子表走时是否有差别。实际做法是从塔的上方向地面发射伽马射线，与地上的装置进行比较，可以准确地确定出两者的时间差异。

利用天体调查时间的差异在很早以前就开始进行了。天狼星的卫星有很大的质量，它的表面是一个很大的重力场，因此，原子的振动速度比地球上物体振动的速度慢。从这里发射出的光的振动频率也将减少，换句话说，是波长变长。

进行实地观测，得知光偏向发红的方向（波长长的一方）。把这一现象称红方变位，证实了一般相对论是正确的。

表的反论

在相互以等速度行走的体系之间，双方都看到对方的时间比自己的慢，但是，这不能成为反论。在某一瞬间，两人处于同一位置，等速度和方向不变，两人会以极快的速度分开。他们相互都感到自己在

衰老，羡慕对方年轻，但两人不会再见面。实际上究竟哪一方年轻是很难判断的，这与两列对开的列车总觉得对方快的情况一样。

但涉及到加速度系统问题就复杂了，因为它有可能使两人再次重逢，出现所谓时间的反论。虽然这个问题与空间的维数和空间的弯曲有些离题，但同样作为一般相对论的问题，我们还是看一下时间的反论。

一个 40 岁的科学家爱上一个 18 岁的少女，他希望与她结婚，然而年龄的差别，使他很难开口向她求婚，于是，他决定出去旅行。他乘一个高性能的火箭，开始到宇宙去旅行，这并不是一次伤感旅行，他很有自信。

由于火箭的喷射力，使火箭很快达到光速度的 99%，然后便以等速度运行。这样高速的火箭从技术上讲是非常困难的，从理论上讲存在仅次于光速度的物体也在情理之中。另外，人的生理是否能承受那么高的速度暂且不提，这里只探讨物理上的可能性。

他终于来到离地球 10 光年的星球附近，火箭在那里打了个转，又以光速的 99% 的速度返回地球。这时科学家再与那个少女会面，两人的年龄差距会怎样呢？

对于科学家的宇宙旅行应从两个角度考虑。即，地球上少女和乘火箭旅行的科学家这两个角度。

1. 地球上少女的角度：

假设出发时的火箭在瞬间便达到了光速的



为了年龄差异的恋爱

99%的速度，到达后马上又处于静止状态。这样在少女的眼里，火箭总是以等速度运行的。

另外，在火箭到离地球 10 光年的星球之前，她的表走了 $10\div0.99\doteq10.1$(年)，即 10 年又 36 天

半。由于火箭的速度仅比光速慢一点，它仅用了一年多一点的时间。因为折回发生在一瞬间，在这一瞬间，他的表几乎没走。回来和去一样，她的表又走了10年又36天半，待科学家乘火箭回来时，她的表已走了20年又73天。也就是说18岁的少女到38岁时才看到他乘火箭归来。反过来说，在她的眼里看科学家走的时间特别漫长。即，她看到的科学家的表走得非常慢。因为火箭往返的速度都是光速度的99%，火箭内的表只走了相当于地球上10分之1.4的时间。公式为：

$$\sqrt{1-(u/c)^2}=\sqrt{1-(0.99)^2}=\sqrt{0.02}\doteq 0.141$$

待火箭归来时她等了22年，而科学家只用了她的10分之1.4的时间，应为20.2×0.141≑2.85(年)，即，科学家只用了2.85年，40岁的科学家回到地球时为42.85岁，也可以说43岁。

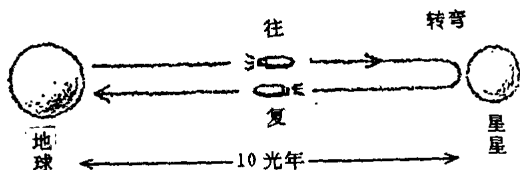
结果宇宙旅行使科学家的年龄与少女的年龄缩小到5岁。

这样说也许并不能满足读者的愿望，也许还会认为是在捉弄他们。刚才我们只是从地球上少女的立场来考虑。那么从火箭上来看这次旅行会怎样呢？

2. 火箭内科学家的角度：

下面看一下科学家看到的自己的表和他看到的地球上的表的情况。

在他看来，地球和星球的距离绝不是10年，他以很快的速度(火箭)走完了地球和星球之间的距离。罗伦兹收缩使距离缩短了，缩短的比例是



宇宙火箭的行程

$\sqrt{1-(0.99)^2}\doteq 0.141$，因此，地球和星球的距离是 1.41 光年，往返为 2.82 光年。如果用光速度的 99% 的速度走的话，等于 $2.82\div 0.99\doteq 2.85$ 年。从出发到返回地面，他走了 2.85 年。即 40 岁的他返回地球时大约是 43 岁，这与地球人观测到的他的年龄一致。

哪里打破了对称性

我们仍使用前面的话题，看一下火箭内的人看地球上的表为什么与实际情况会有那么大的差别？这也是我们这一章的关键。

地球对火箭来说也在运行。所以地球上的表在科学家看来是以 $\sqrt{1-(0.99)^2}\doteq 0.141$ 的速度（即 10 分之 1.4 的慢速度）摆动。这样地球上的表应走了 $2.85\times 0.141\doteq 0.4$，即 0.4 年，那么地球上的少女仍是 18 岁左右，为什么会出现这个矛盾呢？

根据爱因斯坦的广义相对论，火箭在折回时，科学家看地球上的表已经走了很长时间。把科学家折回经过的时间列成公式应是：

$$\frac{(u/c)^2}{\sqrt{(1-(u/c)^2}}=\frac{(0.99)^2}{\sqrt{1-(0.99)^2}}\doteq 6.95$$

火箭在折回的瞬间，科学家的表几乎没走，地球上的表在这一瞬间走了 2.85×6.95≐19.8，即，经过了 19.8 年，这样火箭里的人看地球上的表应是：0.2+19.8+0.2=20.2 年，正好与地球上的人看到的时间一致。

我们将上述情况列成表，应是：(单位为年)

伯格森们的反驳

		往	折	返	合计
地球上看	地球表	10.1	0	10.1	20.2
	火箭表	1.4	0	1.4	2.8
火箭上看	火箭表	1.4	0	1.4	2.8
	地球表	0.2	19.8	0.2	20.2

科学家返回地球时是 43 岁，然而迎接他的少女已经 38 岁了。科学家只旅行了 3 年，而少女却走过了 20 年的人生旅途。等待的辛苦不必说，这里我们不谈心理因素。只看出发这一事件和到达这一事件的间隔，科学家是 3 年，少女是 20 年。很难保证少女不背叛而只刻守着自己的科学家。智者千虑必有一失，科学家也许会出现估计上的错误。本来少女的心和秋天的云一样，何况对方对时间的分配又是那么不公平。用相对论支配自己行动的男人，不会不知道随着时间的推移，人心会发生什么变化吧。

承认广义相对论，总会出现这种奇怪的事情。如果到更远的星球去旅行，地球上的人要等 50 年或 100 年，回来的旅行者要比自己孩子的孩子——孙子还要年轻。

很多人肯定要问为什么地球系和火箭系那么不平等，地球和火箭都是漂浮在宇宙间的物体，即使火箭不做往返运动，静止在那里，地球一方运行，情况不是也完全一样吗？那样地球人衰老的原因也就全然不存在了。

自爱因斯坦的广义相对论发表后，各地都提出了这样的反驳。以法国哲学家亨利・贝尔森为首的许多哲学家都主张即使处于加速系，也不存在时间的快慢问题。英国物理学家哈巴特・丹尔也不承认这种时间的奇论。

出现这种分歧后，只有靠实证决定其胜负了。虽然现在已发明出飞到月球的火箭，但到宇宙去旅行还是天方夜谭。值得庆幸的是由于使用了像穆斯鲍尔效应一样精密的表，比较火箭时间和地球时间的日子不会太遥远了。

虽然出现了意见分歧，但承认类似浦岛太郎说的学者为数也不少，这也是不可否认的事实。

既然承认红方变位和塔的上下的时间差，笔者也就承认火箭一方的人不会衰老这一事实。

众所周知，狭义相对论的功劳之一是早就知道了宇宙系产生的粒子的寿命。

如果放射性元素产生的粒子的速度为 u，粒子

的时间经过就慢，其寿命按 $1/\sqrt{1-(u/c)^2}$ 的比例延长。

例如一个巨大的加速器产生的圆周率介子的能量达到 10 亿电子伏特，速度便能达到光速度的 99.5%。圆周率介子的半衰期为 1.77×10^{-8}/s。因此，其飞行轨道的长度为速度乘寿命，应该是 5 米左右，但观测值也能达到 50 米以上。

由于罗伦兹收缩延长了寿命，证明了相对论的正确性。

总之，象许多人主张的那样，我们站在火箭为加速系统，地球为惰性系统的角度（即承认浦岛太郎的立场）认识问题。

下面我们要研究的是火箭为什么与地球不同而成为加速系统呢？

关于这个问题有两种答案：

1. 宇宙空间对于相互以等速度运行的系统来说是相对的，但加速系统不是相对的，加速系统能够区别于惰性系统。

2. 加速系统终究还是相对的，火箭时间慢是因为恒星对火箭进行了加速度运动。

重要的问题是这两种答案哪一种更正确一些，老实讲还不清楚。在相对论刚提出时，好象支持①的人更多。即使宇宙间只有一个地球，也只有①能够区别出地球是静止的还是运转的。

相反，正象否认等速度是绝对运动的那样，②也否认加速度的绝对性。按②的说法，如果宇宙间只存

在地球的话，它是否在运行就毫无意义了。奥地利物理学家爱伦斯特·马赫以科学的理论强烈主张②的观点。

假设宇宙间有A,B两个火箭，A发射后飞到很远的地方又返回。按照①的理论，回来的是A,A不会衰老。按照②的理论却很难判断是A还是B进行了往返。因为A,B衰老的程度一样。但是，马赫派的②理论并非否认①的理论。因为宇宙间不仅是地球和火箭，还存在着无数颗恒星。如果站在②的观点，那只能说火箭是静止的。地球和全部恒星都在快速运动，在某一瞬间，恒星又全部折回，地球和恒星平行运动回到火箭旁边。由于恒星的折回，火箭上的人不会衰老，地球（和恒星）上的却会衰老。

下面举一个我们身边的例子。转动一个盛着水的水桶，很快就会发现水的中央会出现一个漩涡。按照①的解释是由于水桶对空间旋转，才会出漩涡，按照马赫派②的理论，是由于恒星在旋转，水面出现了差。在这种情况下，月亮和太阳不会起多大作用，水中的漩涡是遥远的恒星的惯性作用。计算结果是，使水面成为抛物面的80%的力来自望远镜观测不到的遥远星球。

①和②哪种理论正确？笔者也说不清。我想假设恒星能够全部消失，问题就一目了然了。转动水桶，如果按①的理论，水面成为抛物面，如果按②的理论，水面仍保持水平。然而，宇宙只有一个，没有另一个宇宙让我们验证。

测出重力波了吗

一个带正电的球和一个带负电的球接触会发出强烈的火花，产生电流，并向空中发出电波。另外，给一根铁丝通上电，铁丝会向空中发出电波（正确地说是电磁波）。燃烧一张纸，纸会发出光，光和电波的性质一样，只是光的波长比电波短。

假设空中出现一个巨大的星球，或者是星球消失，狭义相对论认为是能量变成了质量，或是质量变成了能量。

自然科学主张用统一的观点解释自然界的现象。如果电在猛烈加速时会产生电波的话，那么，认为在质量突然发生变化时会从中产生造成重力的物质的想法就不奇怪了。我们把它叫作重力波。爱因斯坦在 1916 年发表的广义相对论中曾作过这种预言。由于重力波也是一种信号，因此，传播速度一定与光速相同。

电波和光波有光子存在，重力波存在重力子。重力子不同于光子，它可以轻而易举地穿过地球。

理论上可以这样，但到目前为止，谁也没见过重力子，也没有任何学者通过实验装置观测到重力波。这是由于重力子的能量太小的缘故。它不是象电波那样用半导体就可以测出的物质。

最近，有过这样一个报道，说美国马里兰大学物理天文学系教授约瑟夫·韦伯观测到了这种重力波。据说他把 3 个直径 61—96 厘米，长 153 厘米的



韦伯的重力波检测装置

铝筒放置在马里兰大学，一个放置在伊里诺伊州阿戈新国立研究所。然后让它们同时以四十兆分之一厘米的长度进行伸缩。装置非常精密，它不受地震、电波、宇宙线等的干扰。

能够将重力作为在空间传播的波捕捉到是物理学史上的一件大事。它同1888年赫兹第一次用仪器捕捉到电波一样。

这种重力波来自何处，目前尚未搞清。大概是超新星爆发形成的物质汇集而成，这种重力波不达到一定的猛烈程度是很难观测到的。带电铁球之间的电的引力和排斥力连高中生都能轻易地测出，但测定铁球与铁球之间的万有引力却非常困难。可以想象，测定重力波比测定电波要难得多。

如果韦伯的测定是正确的，那么广义相对论就得到了强有力的证明。同时也就证明了重力波和质

量相互作用产生了力，空间是弯曲的观点是正确的。

没有定论的宇宙构造

我们已经知道在天体附近的空间是弯曲的，宇宙把这些天体聚集在一起。爱因斯坦提出的宇宙模型是质量的弯曲达到一定的程度后，便全部关闭到正曲率中。最好是减少一维去想象球面。宇宙空间是有限的，但没有边缘。这是黎曼几何学得以成立的空间。

在他的模型中，时间轴是从无限的过去到无限的未来的直线坐标，确切地说，是一个四维超圆筒。根据这个模型，宇宙的大小是有限的，但没有边缘和中心，可以说自己站的地方就是宇宙的中心。

之后，又有许多人提出了各种宇宙模型。荷兰天文学家杰塔认为时间轴也是弯曲的，遥远的未来和很久的过去是一样的。从 1920 年开始，人们开始相信这个静止的模型。

广义相对论问世不久，通过从其它星球传来的光进行的多普勒分析，确定了宇宙是膨胀的这一认识。爱因斯坦的理论不得不做许多修正。

虽然已经确定宇宙空间是非欧几里得式的，但不一定是正曲率。

宇宙空间的曲率是正是负，可以通过半径函数的体积求出来。瞭望广阔的空间，星星的密度几乎一样。把地球半径扩大 2—3 倍，是否可以观测到较现在 8—27 倍的星星，现代天文学技术还无法得出这

一结果。

如果是负曲率，宇宙的边缘是怎样的呢？由于宇宙是膨胀的，因此，从地球看，仿佛很远的星星都在以极快的速度向远方逃去。我们目前能够认识到的一切就是光速的最大范围，比光速更快的物质便无法知晓了。我们称宇宙的边缘为宇宙的地平线。

宇宙的运动

由于宇宙是膨胀的，对于宇宙理论便有有利的部分和不利的部分。

有利的事例有奥尔巴斯的奇论。这是德国天文学家海因里希·奥尔巴斯1826年提出的。他认为如果宇宙间充满了能放出大量光的恒星，那么宇宙间便没有黑夜，永远象白昼一样明亮。星球离我们越远，发到地球的光就越弱。星星不是分布在天体这一平面上，宇宙有很深的深度，准确计算的话，宇宙空间是很明亮的。其温度同太阳表面一样，应该在6000℃左右。一个6000℃左右的发热体周围如果没有散热场，那么受它照射的一面温度就是6000℃。

为了解决这一矛盾，人们曾做过各种模型试验。这可以通过宇宙膨胀来说明。因为恒星发出的能量容易集中到膨胀部分，地球分到的部分微不足道。

但是，如果反过来，则必须承认在几十亿年（或几百亿年）的过去，宇宙是非常小的。在这一时期，宇宙是从一个密度非常高的浓缩物中分离出来的。经过猛烈的爆炸，才形成现在膨胀的宇宙。

那么，宇宙在爆炸前是什么样呢？有时间这种物质吗？目前还不知道。宇宙将永远膨胀下去还是不断地膨胀和收缩，这可以通过宇宙力和重力方程式得出结论。如果宇宙的全部能量大于一定值，那么它将永远膨胀，小于一定值，它将进行膨胀收缩的周期运动。这种情况类似于接近太阳的行星的全部能量（运动能量与位置能量的和），是正数的话，会出现双曲线，是负数的话，将反复进行公转。

总之，宇宙还有很多未开发的领域。虽然有各种模型和学说，但尚未形成一个“学说”的领域。

从技术上讲，人类已经在月球上留下了足迹。但是，要产生出总体说明宇宙空间（包括时间）的理论离我们还很远很远。

尾　声

在被誉为花都的巴黎的某一饭店的房间里，有一对恋人。从房间的窗户可以瞭望到蒙特帕那斯街道西边的大树和远处的凯旋门。巴黎对他们来说都是异国它乡。男的出生在东方国家，女的出生在西方国家。在二人谈话突然中断时，脑子里都浮现出对自己故乡的回忆……狭窄的街道，泥泞肮脏的道路，混在大人堆里拚命拉渔网的孩子，被大人申斥的可怕的场面……，最后看到的是一个在冰天雪地的北国和一个在连泉水都枯干了的热带沙漠长途跋涉的人都终于到达了巴黎，举目无亲，连他们自己也不知道自己来到了哪里。漫无目的的旅行把二人带到了巴黎。的确，就在昨天以前，他们还素不相识，巴黎的邂逅，一种从未有过的激情，紧紧地牵动着两人的心。

只见男的猛地站起来，摊开桌子上的地图，拿起笔，对准他出生的故乡，开始勾画他走过的路线。笔尖一会向北，一会向南，一会又越过地中海，徘徊于非洲；又从意大利登陆北上，越过阿尔卑斯山，迂回到法国，最后笔尖落在巴黎。然后，女的拿起笔，笔尖先落在美国的某一地方，迂回到美国南部、西部，之后又从东部海岸横穿大西洋，从葡萄牙登陆，跨过摩洛哥，回到西班牙，通过地中海沿岸的巴伦西亚和巴

塞卢斯，越过比利牛斯山脉，从法国南部到北部，穿过葡萄园，笔尖最后落到巴黎。

二人沉默不语，凝视他们刚刚画过的两条曲线。这两条复杂的线有几次几乎要碰在一起又分开了，最后终于在巴黎接上了头。如果在地球上画同样的细线，那它们永远也不会碰在一起了。这两条曲线把他们的命运连在一起了。

在广阔的地球上，两条曲线碰在一起可以说是一种偶然。然而，两个人的实际相会比起在地图上相会却更具有偶然性。地球上画出的曲线包含“时间”这一要素。

假设把地球看成平面，那么人生将是立体的，在纸上，形成了与地球呈垂直方向的时间轴。我们看到的地图是人生的一个剖面。流浪的旅行，不是在一张地图上徘徊，从地图到你身边必须有一条空间曲线。在巴黎邂逅的男女与其说是现在见面，莫如说是另一次高维的相遇。

用枪打空中的飞鸟远比打地上的靶子难得多。维数越多，两点相遇的机会就越少，相遇是分离的开始，而相遇又是时空间两点的接近。把人“相逢的机会”翻译成几何学，必须考虑包括时间和空间的四维形态。

“某一天晚上的街头。被欺骗的男人回过头看那女人的脸。

‘啊！’

两人同时叫出声。他们曾见过面，何止于此，过

去他们曾经纯情地恋爱过，并在一起度过了年轻时那幸福的日日夜夜。

女的显得很狼狈，慌慌张张地逃走了，男的看着她的背影，表情非常复杂。”

已故作家菊池宽称它为小小说。因为在这一段叙述中，包含着小说所需要的最小限度的要素。两人年轻时的情形用纯情一词可以充分表达出来，之后男女的经历可以不必说明，只叙述再次见面时女的情况。

如果把上述情况用时空间的形式表现出来，会出现下面的情况：

过去非常接近的两点，随着时间轴追踪下去，两点突然分开，又再次接近。

在这种情况下，剧本上描写的不是两条曲线的再次相遇，尤其是一方的社会状态越发生激烈变化，就越有说服力。在伦敦滑铁卢大桥邂逅的军人和舞女的故事，以电影“魂断蓝桥”著称于世。这是一个典型的例子。

处理男女两人邂逅的场面，使用擦肩而过的手法吸引了不少读者。所谓的“擦肩而过”是指时空间的两条曲线似遇非遇的状态。微小的距离差，一刻的时间差，阻碍了点的突出。

这样认为不管是虚构还是真实，空间和时间都扮演了同样的角色。本书的目的在于研究“四维世界”，而且把第四个坐标轴看作是时间。它不是从形式上进行设定，而是从物理学的角度论述了时间是

必须加入的一维。即使不搬出物理学理论，只要观察一下我们的日常生活，也可以理解“时间 ”和空间具有同样重要的因素。

人类到月球旅行已经成为可能，可以说以地球为中心，人类已经征服了到月球的距离。但是，达到谁都可以任意去月球旅行的程度还很遥远。

从普遍的意义上讲，人类活动的范围大体上只限于地球的表面。

为生存进行的物质生产、休息、娱乐，几乎都是在地球表面上进行的。这个地球对人类来说是大还是小呢？

作为生活的活动范围的大小，至少每人平均在1米左右，而且宽与窄也因人而异。当然这并不是绝对的，笔者认为这个程度还算过得去，而且从消费物质的多少来看，似乎也说得过去。

听说地球上的石油贮藏量还可以使用几十年，然而人类的智慧正停留在解放核裂变产生的能量和开发核聚变产生的能量的研究上。从太阳上接收的放射能量的绝对量和地球的大小来看，对我们人类的居住是比较合适的。从时间上看，人类的平均寿命在70年左右，不管医学怎样进步，寿命怎样延长，也不会出现特别大的悬殊。活到70多岁，就能够培养下一代，并能和下一代共同生活(即祖父和孙子的生活)，只要人生有这么多的时间就足够了。

如果把工作的一个段落定为1小时，那么，这个段落在一生中会有几万次。长度有身长这一基准，但

人类的时间还没有单位设定的定见。是否根据工作的性质制定标准，目前还有意见分歧。当然，坦率地说，以现在的平均寿命对我们来说也算可以，如果5—6代人都在一起生活，反倒让人感到奇怪。

上面是以“人类”为中心对空间和时间的感想。

仰望夜空，可以看到几万光年的星球，用我们的肉眼可以看到几千个星星在眨着眼睛，它们几乎都是比地球大的天体。宇宙间有银河系这个家庭，在银河系的边缘处有太阳系，地球是太阳系的一部分。

宇宙的伟大不仅包含空间，也包含时间。时间轴是关闭的还是打开的，本书并未作出明确的解答。但它是从过去到未来永不停留的物质。

眺望宇宙，我们为它的广大而震惊，我们将毫不畏惧地向时间挑战。